

EJERCICIOS PROPUESTOS CON SOLUCION PARA LA SERIE DE PROBABILIDAD
Y ESTADISTICA 1ª. PARTE

1. Indica que **variables** son **cualitativas** y cuales **cuantitativas**:

a) Comida Favorita.

Cualitativa.

b) Profesión que te gusta.

Cualitativa.

c) Número de goles marcados por tu equipo favorito en la última temporada.

Cuantitativa.

d) Número de alumnos de tu Instituto.

Cuantitativa.

e) El color de los ojos de tus compañeros de clase.

Cualitativa.

f) Coeficiente intelectual de tus compañeros de clase.

Cuantitativa

2. A un conjunto de 5 números cuya media es 7.31 se le añaden los números 4.47 y 10.15.
¿Cuál es la **media** del nuevo conjunto de números?

SOLUCIÓN

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 7.31 + 4.47 + 10.15}{7} = 7.31$$

3. Un dentista observa el número de caries en cada uno de los 100 niños de cierto colegio.
La información obtenida aparece resumida en la siguiente **tabla**:

Nº de caries	f _i	n _i
0	25	0.25

EJERCICIOS DE ESTADISTICA CON SOLUCION PROPUESTOS POR PROFR. FRANCISCO J. PATIÑO D.
ENERO 2013

1	20	0.2
2	x	z
3	15	0.15
4	y	0.05

- Completar la **tabla** obteniendo los valores x, y, z.
- Hacer un **diagrama de sectores**.
- Calcular el número medio de caries.

a) Tabla

La suma de las frecuencias relativas ha de ser igual a 1:

$$0.25 + 0.2 + z + 0.15 + 0.05 = 1$$

$$0.65 + z = 1 \quad z = 0.35$$

La frecuencia relativa de un dato es igual su frecuencia absoluta dividida entre 100, que es la suma de las frecuencias absolutas.

$$\frac{x}{100} = 0.35 \quad x = 35$$

$$\frac{y}{100} = 0.05 \quad y = 5$$

Nº de caries	f _i	n _i	f _i · n _i
0	25	0.25	0
1	20	0.2	20
2	35	0.35	70
3	15	0.15	45
4	5	0.05	20
			155

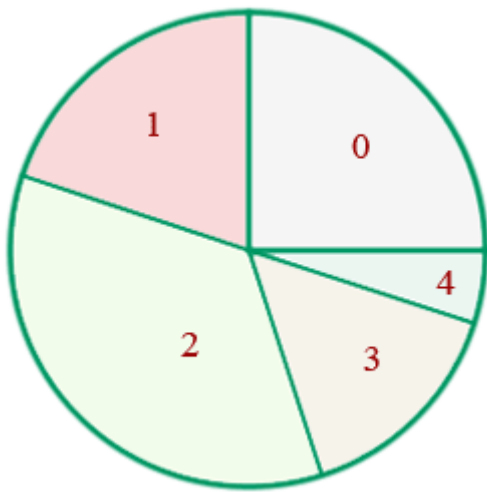
b) Diagrama de sectores

Calculamos los grados que corresponden a cada frecuencia absoluta.

$$\frac{100}{360} = \frac{1}{x} \quad x = \frac{360}{100} = 3.6$$

$$25 \cdot 3.6 = 90^\circ \quad 20 \cdot 3.6 = 72^\circ \quad 35 \cdot 3.6 = 126^\circ$$

$$15 \cdot 3.6 = 54^\circ \quad 5 \cdot 3.6 = 18^\circ$$



c) Media aritmética

$$\bar{x} = \frac{155}{100} = 1.55$$

3. Se tiene el siguiente conjunto de 26 datos:

10, 13, 4, 7, 8, 11 10, 16, 18, 12, 3, 6, 9, 9, 4, 13, 20, 7, 5, 10, 17, 10, 16, 14, 8, 18

Obtener su **mediana** y **cuartiles**.

SOLUCIÓN

En primer lugar ordenamos los datos de menor a mayor:

3, 4, 4, 5, 6, 7, 7, 8, 8, 9, 9, 10, 10, 10, 10, 11, 12, 13, 13, 14, 16, 16, 17, 18, 18, 20

Mediana

$$26/2 = 13.$$

Como el número de datos es par la mediana es la media de las dos puntuaciones centrales:

$$Me = \frac{10 + 10}{2} = 10$$

Cuartiles

$$26/4 = 6.5 \quad Q_1 = 7$$

$$Q_2 = Me = 10$$

$$(26 \cdot 3)/4 = 19.5 \quad Q_3 = 14$$

4. Un pediatra obtuvo la siguiente tabla sobre los meses de edad de 50 niños de su consulta en el momento de andar por primera vez:

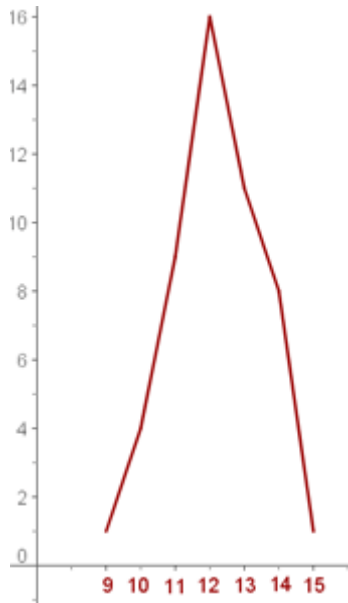
Meses	Niños
9	1
10	4
11	9
12	16
13	11
14	8
15	1

a) Dibujar el **polígono de frecuencias**.

b) Calcular la **moda**, la **mediana**, la **media** y la **varianza**.

SOLUCIÓN

Polígono de frecuencias



x_i	f_i	N_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
9	1	1	9	81
10	4	5	40	400
11	9	14	99	1089
12	16	30	192	2304
13	11	41	143	1859
14	8	49	112	1568
15	1	50	15	225
	50		610	7526

Moda

$$Mo = 12$$

Mediana

$$50/2 = 25 \text{ Me} = 12$$

Media aritmética

$$\bar{x} = \frac{610}{50} = 12.2$$

Varianza

$$\sigma^2 = \frac{7526}{50} - 12.2^2 = 1.68$$

5. Completar los datos que faltan en la siguiente **tabla estadística**:

x_i	f_i	F_i	n_i
1	4		0.08
2	4		
3		16	0.16
4	7		0.14
5	5	28	
6		38	
7	7	45	
8			

Calcular la **media**, **mediana** y **moda** de esta distribución.

Tabla

Primera fila:

$$F_1 = 4 \quad \frac{4}{N} = 0.08 \quad N = 50$$

Segunda fila:

$$F_2 = 4 + 4 = 8 \quad \frac{4}{50} = 0.08$$

Tercera fila:

$$\frac{n_3}{50} = 0.16 \quad n_3 = 0.16 \cdot 50 = 8$$

Cuarta fila:

$$N_4 = 16 + 7 = 23$$

Quinta fila:

$$n_5 = \frac{5}{50} = 0.1$$

Sexta fila:

$$28 + n_8 = 38 \quad n_8 = 10 \quad n_6 = \frac{10}{50} = 0.2$$

Séptima fila:

$$n_7 = \frac{7}{50} = 0.17$$

Octava fila:

$$N_8 = N = 50 \quad n_8 = 50 - 45 = 5 \quad n_8 = \frac{5}{50} = 0.1$$

x_i	f_i	F_i	n_i	$x_i \cdot f_i$
1	4	4	0.08	4
2	4	8	0.08	8
3	8	16	0.16	24
4	7	23	0.14	28
5	5	28	0.1	25
6	10	38	0.2	60
7	7	45	0.14	49
8	5	50	0.1	40
	50			238

Media aritmética

$$\bar{x} = \frac{238}{50} = 4.76$$

Mediana

$$50/2 = 25 \text{ Me} = 5$$

Moda

$$Mo = 6$$

6. Considérense los siguientes datos: 3, 8, 4, 10, 6, 2. Se pide:

a) Calcular su **media** y su **varianza**.

b) Si los todos los datos anteriores los **multiplicamos** por **3**, cuál será la nueva **media** y **varianza**.

x_i	x_i^2
-------	---------

2	4
3	9
4	16
6	36
8	64
10	100
33	229

SOLUCIÓN

a)

$$\bar{x}_1 = \frac{33}{6} = 5.5$$

$$\sigma_1^2 = \frac{229}{6} - 5.5^2 = 7.92$$

b)

$$\bar{x}_2 = 5.5 \cdot 3 = 16.5$$

$$\sigma_1^2 = 7.92 \cdot 3^2 = 71.28$$

7. El resultado de lanzar dos dados 120 veces viene dado por la **tabla**:

Sumas	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Veces	3	8	9	11	20	19	16	13	11	6	4

a) Calcular la **media** y la **desviación típica**.

b) Hallar el porcentaje de valores comprendidos en el intervalo $(x - \sigma, x + \sigma)$.

x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
2	3	6	12
3	8	24	72

EJERCICIOS DE ESTADISTICA CON SOLUCION PROPUESTOS POR PROFR. FRANCISCO J. PATIÑO D.
ENERO 2013

4	9	36	144
5	11	55	275
6	20	120	720
7	19	133	931
8	16	128	1024
9	13	117	1053
10	11	110	1100
11	6	66	726
12	4	48	576
	120	843	6633

SOLUCIÓN

a)

$$\bar{x} = \frac{843}{120} = 7.025$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{6633}{120} - 7.025^2} = 2.434$$

b)

$$x - \sigma = 4.591 \quad x + \sigma = 9.459$$

Los valores comprendidos en el intervalo (4.591, 9.459) son los correspondientes a las sumas de 5, 6, 7, 8 y 9.

$$11 + 20 + 19 + 16 + 13 = 79$$

$$\frac{120}{100} = \frac{79}{x}$$

$$x = 65.83\%$$

8. Las alturas de los jugadores de un equipo de baloncesto vienen dadas por la tabla:

Altura	[170, 175)	[175, 180)	[180, 185)	[185, 190)	[190, 195)	[195, 2.00)
Nº de jugadores	1	3	4	8	5	2

Calcular:

- La **media**.
- La **mediana**.
- La **desviación típica**.
- ¿Cuántos jugadores se encuentran por encima de la **media más una desviación típica**?

SOLUCIÓN

	x_i	f_i	F_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
[1.70, 1.75)	1.725	1	1	1.725	2.976
[1.75, 1.80)	1.775	3	4	5.325	9.453
[1.80, 1.85)	1.825	4	8	7.3	13.324
[1.85, 1.90)	1.875	8	16	15	28.128
[1.90, 1.95)	1.925	5	21	9.625	18.53
[1.95, 2.00)	1.975	2	23	3.95	7.802
		23		42.925	80.213

a) Media

$$\bar{x} = \frac{42.925}{23} = 1.866$$

b) Mediana

$$\frac{23}{2} = 11.5 \qquad Me = 1.85 + \frac{\frac{23}{2} - 8}{8} \cdot 0.05 = 1.872$$

c) Desviación típica

$$\sigma = \sqrt{\frac{80.213}{23} - 1.866^2} = 0.077$$

d)

$$x + \sigma = 1.866 + 0.077 = 1.943$$

Este valor pertenece a un percentil que se encuentra en el penúltimo intervalo.

$$1.943 = 1.90 + \frac{\frac{23}{100} \cdot k - 16}{5} \qquad k = 88$$

$$\frac{100}{100 - 88} = \frac{23}{x} \qquad x = 3$$

Sólo hay 3 jugadores por encima de $x + \sigma$.

9. Los resultados al lanzar un dado 200 veces vienen dados por la siguiente **tabla**:

	1	2	3	4	5	6
f_i	a	32	35	33	b	35

Determinar **a** y **b** sabiendo que la **puntuación media** es 3.6.

x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$
1	a	a
2	32	64
3	35	125
4	33	132

5	b	5b
6	35	210
	$135 + a + b$	$511 + a + 5b$

$$135 + a + b = 200$$

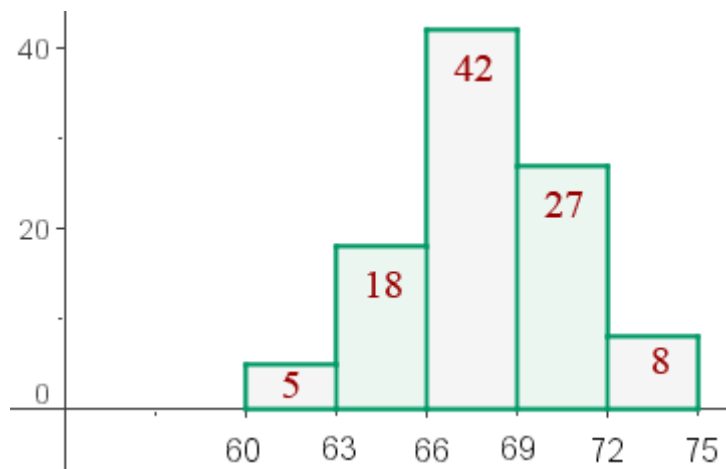
$$a + b = 65$$

$$\frac{511 + a + 5b}{200} = 3.6$$

$$a + 5b = 209$$

$$a = 29 \quad b = 36$$

10. El histograma de la distribución correspondiente al peso de 100 alumnos de Bachillerato es el siguiente:



- Formar la **tabla de la distribución**.
- Si Andrés pesa 72 kg, ¿cuántos alumnos hay menos pesados que él?
- Calcular la **moda**.
- Hallar la **mediana**.
- ¿A partir de que valores se encuentran el **25%** de los alumnos más pesados?

SOLUCIÓN

a)

	x_i	f_i	F_i
[60,63)	61.5	5	5
[63, 66)	64.5	18	23
[66, 69)	67.5	42	65
[69, 72)	70.5	27	92
[72, 75)	73.5	8	100
		100	

b)

$5 + 18 + 42 + 27 = 92$ alumnos más ligeros que Andrés.

c)

Moda

$$Mo = 66 + \frac{24}{24 + 15} \cdot 3 = 67.85$$

d)

Mediana

$$\frac{100}{2} = 50 \qquad Me = 66 + \frac{50 - 23}{42} \cdot 3 = 67.93$$

e)

El valor a partir del cual se encuentra el **25%** de los alumnos **más pesados** es el **cuartil tercero**.

$$\frac{75}{100} \cdot 100 = 75 \qquad Q_3 = 69 + \frac{75 - 65}{27} \cdot 3 = 70.11$$

PROBLEMAS DE PROBABILIDAD

1. Sean A y B dos sucesos aleatorios con:

$$p(A) = \frac{3}{8} \quad p(B) = \frac{1}{2} \quad p(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

Hallar:

a) $p(A \cup B)$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$$

b) $p(\bar{A})$

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

c) $p(\bar{B})$

$$p(\bar{B}) = 1 - p(B) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

d) $p(\bar{A} \cap \bar{B})$

$$p(\bar{A} \cap \bar{B}) = p(\overline{A \cup B}) = 1 - p(A \cup B) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

e) $p(\bar{A} \cup \bar{B})$

$$p(\bar{A} \cup \bar{B}) = p(\overline{A \cap B}) = 1 - p(A \cap B) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

f) $p(A \cap \bar{B})$

$$p(A \cap \bar{B}) = p(A) - p(A \cap B) = \frac{3}{8} - \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

$$g) \quad p(B \cap \bar{A})$$

$$p(B \cap \bar{A}) = p(B) - p(A \cap B) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

2. Sean A y B dos sucesos aleatorios con:

$$p(\bar{A}) = \frac{2}{3} \quad p(A \cup B) = \frac{3}{4} \quad p(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

Hallar:

$$a) \quad p(A)$$

$$p(A) = 1 - p(\bar{A}) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$b) \quad p(B)$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

$$p(B) = p(A \cup B) - p(A) + p(A \cap B)$$

$$p(B) = \frac{3}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{2}{3}$$

$$c) \quad p(A \cap \bar{B})$$

$$p(A \cap \bar{B}) = p(A) - p(A \cap B)$$

$$p(A \cap \bar{B}) = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

$$d) \quad p(B \cap \bar{A})$$

$$p(B \cap \bar{A}) = p(B) - p(A \cap B)$$

$$p(B \cap \bar{A}) = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$$

3. Se sacan dos esferas de una urna que se compone de una esfera blanca, otra roja, otra verde y otra negra. Escribir el espacio muestral cuando:

a) La primera esfera se devuelve a la urna antes de sacar la segunda.

$$E = \{BB, BR, BV, BN, RB, RR, RV, RN, VB, VR, VV, VN, NB, NR, NV, NN\}$$

b) La primera esfera no se devuelve.

$$E = \{BR, BV, BN, RB, RV, RN, VB, VR, VN, NB, NR, NV\}$$

4. Una urna tiene ocho esferas rojas, 5 amarilla y siete verdes. Si se extrae una esfera al azar calcular la probabilidad de:

a) Sea roja.

$$p(\text{roja}) = \frac{8}{20} = 0.4$$

b) Sea verde.

$$p(\text{verde}) = \frac{7}{20} = 0.35$$

c) Sea amarilla.

$$p(\text{amarilla}) = \frac{5}{20} = 0.25$$

d) No sea roja.

$$p(\text{no roja}) = 1 - \frac{8}{20} = 0.6$$

e) No sea amarilla.

$$p(\text{no amarilla}) = 1 - \frac{5}{20} = 0.75$$

5. Una urna contiene tres bolas rojas y siete blancas. Se extraen dos bolas al azar. Escribir el espacio muestral y hallar la probabilidad de los sucesos:

a) Con reemplazamiento.

$$E = \{RR, RB, BR, BB\}$$

$$p(RR) = \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{9}{100}$$

$$p(RB) = \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{10} = \frac{21}{100}$$

$$p(BR) = \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{21}{100}$$

$$p(BB) = \frac{7}{10} \cdot \frac{7}{10} = \frac{49}{100}$$

b) Sin reemplazamiento.

$$p(RR) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{6}{90}$$

$$p(RB) = \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{9} = \frac{21}{90}$$

$$p(BR) = \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{21}{90}$$

$$p(BB) = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{42}{90}$$

6. Se extrae una bola de una urna que contiene 4 esferas rojas, 5 blancas y 6 negras, ¿cuál es la probabilidad de que la esfera sea roja o blanca? ¿Cuál es la probabilidad de que no sea blanca?

$$p(R \cup B) = \frac{4}{15} + \frac{5}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

$$p(\bar{B}) = 1 - p(B) = 1 - \frac{5}{15} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

7. En una clase hay 10 alumnas rubias, 20 morenas, cinco alumnos rubios y 10 morenos. Un día asisten 45 alumnos, encontrar la probabilidad de que un alumno:

a) Sea hombre.

$$p(\text{hombre}) = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$$

c) Sea mujer morena.

$$p(\text{mujer morena}) = \frac{20}{45} = \frac{4}{9}$$

d) Sea hombre o mujer.

$$p(\text{hombre} \cup \text{mujer}) = 1$$

8. Un dado está trucado, de forma que las probabilidades de obtener las distintas caras son proporcionales a los números de estas. Hallar:

a) La probabilidad de obtener el 6 en un lanzamiento.

$$p(1) + p(2) + p(3) + p(4) + p(5) + p(6) =$$

$$p + 2p + 3p + 4p + 5p + 6p = 21p \quad 21p = 1 \quad p = \frac{1}{21}$$

$$p(6) = 6 \cdot \frac{1}{21} = \frac{6}{21}$$

b) La probabilidad de conseguir un número impar en un lanzamiento.

$$p(1) + p(3) + p(5) = p + 3p + 5p = 9p = 9 \cdot \frac{1}{21} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$

9. Se lanzan dos dados al aire y se anota la suma de los puntos obtenidos. Se pide:

a) La probabilidad de que salga el 7.

1	2	3	4	5	6
6	5	4	3	2	1

$$p(7) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

b) La probabilidad de que el número obtenido sea par.

$$p(\text{par}) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

c) La probabilidad de que el número obtenido sea múltiplo de tres.

1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6
2	5	1	4	3	6	2	5	1	4	3	6

$$P(3) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

10. Se lanzan tres dados. Encontrar la probabilidad de que:

a) Salga 6 en todos.

$$P(6_1 \cap 6_2 \cap 6_3) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$$

b) Los puntos obtenidos sumen 7.

1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	4	4	5
1	2	3	4	5	1	2	3	4	1	2	3	1	2	1
5	4	3	2	1	4	3	2	1	3	2	1	2	1	1

$$P(7) = \frac{15}{6^3} = \frac{5}{72}$$

11. Hallar la probabilidad de que al levantar unas fichas de dominó se obtenga un número de puntos mayor que 9 o que sea múltiplo de 4.

$$A(> 9) = \{(4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 6)\}$$

$$B(4) = \{(6, 4), (1, 3), (2, 2), (2, 6), (3, 5), (4, 4), (6, 6)\}$$

$$P(A \cup B) = \frac{4}{28} + \frac{7}{28} - \frac{1}{28} = \frac{10}{28} = \frac{5}{14}$$

12. Busca la probabilidad de que al lanzar un dado al aire, salga:

a) Un número par.

$$P(\text{par}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

b) Un múltiplo de tres.

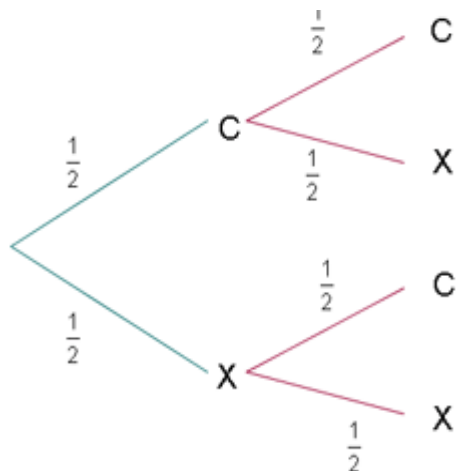
$$P(3) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

c) Mayor que cuatro.

$$P(> 4) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

13. Hallar la probabilidad de que al lanzar al aire dos monedas (si las opciones de la moneda son cara y cruz), salgan:

a) Dos caras.



$$P(2C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

b) Dos cruces.

$$P(2X) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

c) Una cara y una cruz.

$$P(1C \cap 1X) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

14. En un sobre hay 20 papeletas, ocho llevan dibujado un coche las restantes son blancas. Hallar la probabilidad de extraer al menos una papeleta con el dibujo de un coche:

a) Si se extrae una papeleta con el dibujo de un coche.

$$P(C_1) = \frac{8}{20}$$

b) Si se extraen dos papeletas con el dibujo de un coche.

$$P(C_2) = 1 - P(2B) = 1 - \left(\frac{12}{20} \cdot \frac{11}{19} \right) = \frac{62}{95}$$

c) Si se extraen tres papeletas con el dibujo de un coche.

$$P(C_3) = 1 - P(3B) = 1 - \left(\frac{12}{20} \cdot \frac{11}{19} \cdot \frac{10}{18} \right) = \frac{46}{57}$$

15. Los estudiantes A y B tienen respectivamente probabilidades $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{5}$ de suspender un examen. La probabilidad de que suspendan el examen simultáneamente es de $\frac{1}{10}$. Determinar la probabilidad de que al menos uno de los dos estudiantes suspenda el examen.

$$P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} = \frac{3}{5}$$

16. Dos hermanos salen de caza. El primero mata un promedio de 2 piezas cada 5 disparos y el segundo una pieza cada 2 disparos. Si los dos disparan al mismo tiempo a una misma pieza, ¿cuál es la probabilidad de que la maten?

$$p(A) = \frac{2}{5} \quad p(B) = \frac{1}{2} \quad p(A \cap B) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{5}$$

$$p(A \cup B) = \frac{2}{5} + \frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{7}{10}$$

17. Una clase consta de 10 hombres y 20 mujeres; la mitad de los hombres y la mitad de las mujeres tienen los ojos castaños. Determinar la probabilidad de que una persona elegida al azar sea un hombre o tenga los ojos castaños.

	Hombre	Mujer	
O. castaños	5	10	15
	10	20	30

$$p(H \cup O.C) = \frac{10}{30} + \frac{15}{30} - \frac{5}{30} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

18. La probabilidad de que un hombre viva 20 años es $\frac{1}{4}$ y la de que su mujer viva 20 años es $\frac{1}{3}$. Se pide calcular la probabilidad:

- a) De que ambos vivan 20 años.

$$p(H \cap M) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

- b) De que el hombre viva 20 años y su mujer no.

$$p(H \cap \bar{M}) = p(H)[1 - p(M)] = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$$

- c) De que ambos mueran antes de los 20 años.

$$p(\bar{H} \cap \bar{M}) = [1 - p(H)][1 - p(M)] = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$$

PROBLEMAS DE PROBABILIDAD CONDICIONAL

1. Sean A y B dos sucesos aleatorios con $p(A) = 1/2$, $p(B) = 1/3$, $p(A \cap B) = 1/4$.
Determinar:

a) $p(A/B)$

$$p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{4}$$

b) $p(B/A)$

$$p(B/A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

c) $p(A \cup B)$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$$

d) $p(\bar{A}/\bar{B})$

$$p(\bar{A}/\bar{B}) = \frac{p(\bar{A} \cap \bar{B})}{p(\bar{B})} = \frac{p(\overline{A \cup B})}{1 - p(B)} = \frac{1 - p(A \cup B)}{1 - p(B)} = \frac{1 - \frac{7}{12}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{5}{8}$$

e) $p(\bar{B}/\bar{A})$

$$p(\bar{B}/\bar{A}) = \frac{p(\bar{A} \cap \bar{B})}{p(\bar{A})} = \frac{p(\overline{A \cup B})}{1 - p(A)} = \frac{1 - p(A \cup B)}{1 - p(A)} = \frac{1 - \frac{7}{12}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{5}{6}$$

2. Sean A y B dos sucesos aleatorios con $p(A) = 1/3$, $p(B) = 1/4$, $p(A \cap B) = 1/5$.
Determinar:

a) $p(A/B)$

$$p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{4}} = \frac{4}{5}$$

b) $p(B/A)$

$$p(B/A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{5}$$

c) $p(A \cup B)$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{23}{60}$$

d) $p(\bar{A}/B)$

$$p(\bar{A}/B) = \frac{p(\bar{A} \cap B)}{p(B)} = \frac{p(B) - p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{5}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{5}$$

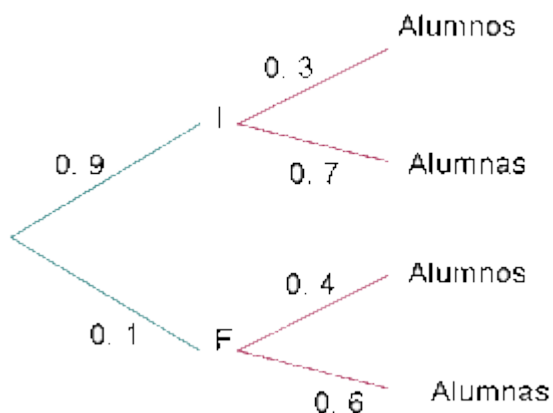
e) $p(\bar{B}/\bar{A})$

$$p(\bar{B}/\bar{A}) = \frac{p(\bar{A} \cap \bar{B})}{p(\bar{A})} = \frac{p(\overline{A \cup B})}{1 - p(A)} = \frac{1 - p(A \cup B)}{1 - p(A)} = \frac{1 - \frac{23}{60}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{37}{40}$$

$$f) \quad p(\bar{B} / A)$$

$$p(\bar{B} / A) = \frac{p(\bar{B} \cap A)}{p(A)} = \frac{p(A) - p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{5}}{\frac{1}{3}} = \frac{2}{5}$$

3. En un centro escolar los alumnos pueden optar por cursar como lengua extranjera inglés o francés. En un determinado curso, el 90% de los alumnos estudia inglés y el resto francés. El 30% de los que estudian inglés son chicos y de los que estudian francés son chicos el 40%. El elegido un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea chica?



$$p(\text{chica}) = 0.9 \cdot 0.7 + 0.1 \cdot 0.6 = 0.69$$

4. De una baraja de 48 cartas (baraja española) se extrae simultáneamente dos de ellas. Calcular la probabilidad de que:

- a) Las dos sean copas

$$p(2c) = \frac{12}{48} \cdot \frac{11}{47} = 0.059$$

- b) Al menos una sea copas

$$p(\text{al menos una copa}) = 1 - p(\text{ninguna copa}) = 1 - \frac{36}{48} \cdot \frac{35}{47} = 0.441$$

c) Una sea copa y la otra espada

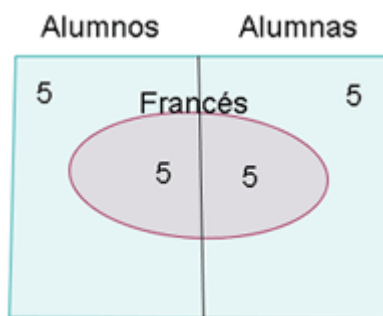
$$p(1c \cap 1e) = p(1^a c \cap 2^a e) + p(1^a e \cap 2^a c) = 2 \cdot \frac{12}{48} \cdot \frac{12}{47} = 0.128$$

5. Ante un examen, un alumno sólo ha estudiado 15 de los 25 temas correspondientes a la materia del mismo. Éste se realiza extrayendo al azar dos temas y dejando que el alumno escoja uno de los dos para ser examinado del mismo. Hallar la probabilidad de que el alumno pueda elegir en el examen uno de los temas estudiados.

$$p(\text{al menos un tema}) = 1 - p(\text{ningún tema}) = 1 - \frac{10}{25} \cdot \frac{9}{24} = 0.85$$

6. Una clase está formada por 10 chicos y 10 chicas; la mitad de las chicas y la mitad de los chicos han elegido francés como asignatura optativa.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona elegida al azar sea chico o estudie francés?



$$p(\text{chico o francés}) = \frac{15}{20} = 0.75$$

b) ¿Y la probabilidad de que sea chica y no estudie francés?

$$p(\text{chica y no francés}) = \frac{5}{20} = 0.25$$

7. Un taller sabe que por término medio acuden: por la mañana tres automóviles con problemas eléctricos, ocho con problemas mecánicos y tres con problemas de chapa, y por la tarde dos con problemas eléctricos, tres con problemas mecánicos y uno con problemas de chapa.

- a) Hacer una tabla ordenando los datos anteriores

	Electricidad	Mecánica	Chapa	
Mañanas	3	8	3	14
Tardes	2	3	1	6
	5	11	4	20

- b) Calcular el porcentaje de los que acuden por la tarde.

$$p(\text{tarde}) = \frac{6}{20} = 0.30 \cdot 100 = 30\%$$

- c) Calcular el porcentaje de los que acuden por problemas mecánicos.

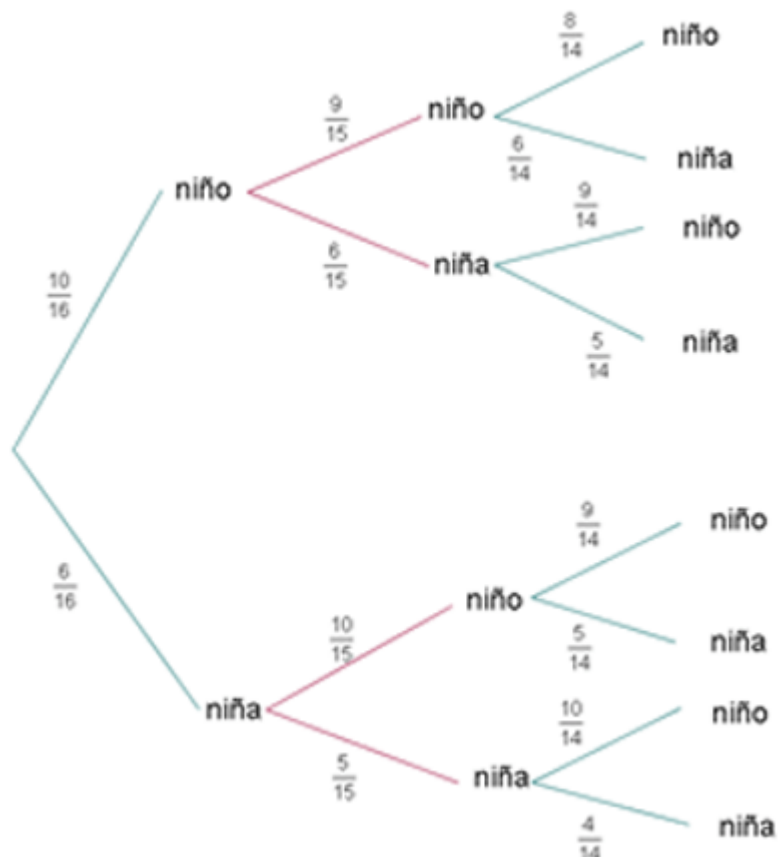
$$p(\text{mecánicos}) = \frac{11}{20} = 0.55 \cdot 100 = 55\%$$

- d) Calcular la probabilidad de que un automóvil con problemas eléctricos acuda por la mañana.

$$p(\text{mañana} / \text{eléctricos}) = \frac{3}{5} = 0.6$$

8. Una clase consta de seis niñas y 10 niños. Si se escoge un comité de tres al azar, hallar la probabilidad de:

- a) Seleccionar tres niños



$$p(3 \text{ niños}) = \frac{10}{16} \cdot \frac{9}{15} \cdot \frac{8}{14} = 0.214$$

b) Seleccionar exactamente dos niños y una niña

$$p(2 \text{ niños y } 1 \text{ niña}) = \frac{10}{16} \cdot \frac{9}{15} \cdot \frac{6}{14} + \frac{10}{16} \cdot \frac{6}{15} \cdot \frac{9}{14} + \frac{6}{16} \cdot \frac{10}{15} \cdot \frac{9}{14} = 0.482$$

c) Seleccionar por lo menos un niño

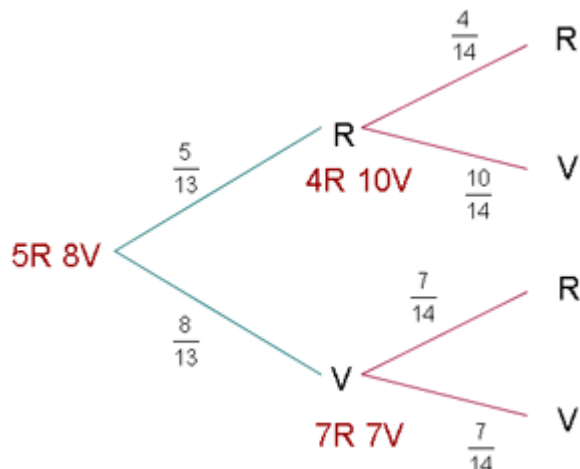
$$p(\text{al menos } 1 \text{ niño}) = 1 - p(\text{todas niñas}) = 1 - \frac{6}{16} \cdot \frac{5}{15} \cdot \frac{4}{14} = 0.964$$

d) Seleccionar exactamente dos niñas y un niño

$$p(2 \text{ niñas y } 1 \text{ niño}) = \frac{10}{16} \cdot \frac{6}{15} \cdot \frac{5}{14} + \frac{6}{16} \cdot \frac{10}{15} \cdot \frac{5}{14} + \frac{6}{16} \cdot \frac{5}{15} \cdot \frac{10}{14} = 0.268$$

9. Una urna contiene 5 bolas rojas y 8 verdes. Se extrae una bola y se reemplaza por dos del otro color. A continuación, se extrae una segunda bola. Se pide:

a) Probabilidad de que la segunda bola sea verde

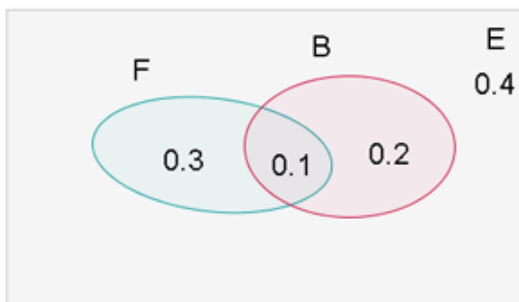


$$p(2^{\text{a}} V) = \frac{5}{13} \cdot \frac{10}{14} + \frac{8}{13} \cdot \frac{7}{14} = \frac{53}{91} = 0.582$$

b) Probabilidad de que las dos bolas extraídas sean del mismo color

$$\begin{aligned} p(\text{mismo color}) &= p(R \cap R) + p(V \cap V) = \\ &= \frac{5}{13} \cdot \frac{4}{14} + \frac{8}{13} \cdot \frac{7}{14} = \frac{38}{91} = 0.418 \end{aligned}$$

10. En una clase en la que todos practican algún deporte, el 60% de los alumnos juega al fútbol o al baloncesto y el 10% practica ambos deportes. Si además hay un 60% que no juega al fútbol, cuál será la probabilidad de que escogido al azar un alumno de la clase:



a) Juegue sólo al fútbol

$$p(F) = 1 - 0.6 = 0.4$$

$$p(F - \bar{B}) = 0.4 - 0.1 = 0.3$$

b) Juegue sólo al baloncesto

$$p(B - \bar{F}) = 0.3 - 0.1 = 0.2$$

c) Practique uno solo de los deportes

$$p(F - \bar{B}) \cup p(B - \bar{F}) = 0.3 + 0.2 = 0.5$$

d) No juegue ni al fútbol ni al baloncesto

$$p(\bar{F} - \bar{B}) = p(\overline{F \cup B}) = 1 - p(F \cup B) = 1 - 0.6 = 0.4$$

11. En una ciudad, el 40% de la población tiene cabellos castaños, el 25% tiene ojos castaños y el 15% tiene cabellos y ojos castaños. Se escoge una persona al azar:

a) Si tiene los cabellos castaños, ¿cuál es la probabilidad de que tenga también ojos castaños?

	Pelo C	Pelo \bar{C}
Ojos C	15	25
Ojos \bar{C}	40	100

	Pelo C	Pelo \bar{C}	
Ojos C	15	10	25
Ojos \bar{C}	25	50	75
	40	60	100

$$P(\text{ojos castaños} / \text{pelo castaño}) = \frac{15}{40} = 0.375$$

b) Si tiene ojos castaños, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga cabellos castaños?

$$P(\text{pelo no castaño} / \text{ojos castaños}) = \frac{10}{25} = 0.4$$

c) ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga cabellos ni ojos castaños?

$$P(\text{ni pelo ni ojos castaños}) = \frac{50}{100} = 0.5$$

12. En un aula hay 100 alumnos, de los cuales: 40 son hombres, 30 usan gafas, y 15 son varones y usan gafas. Si seleccionamos al azar un alumno de dicho curso:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer y no use gafas?

	Gafas	Sin gafas	
Hombres	15		40
Mujeres			
	30		100

	Gafas	Sin gafas	
Hombres	15	25	40
Mujeres	15	45	60
	30	70	100

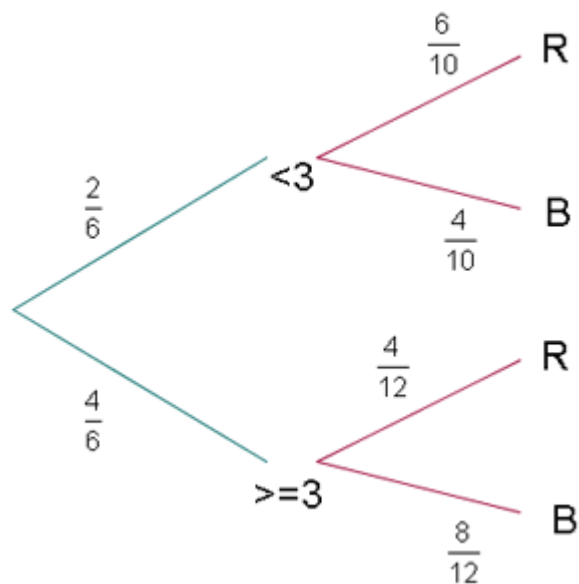
$$P(m \cap \bar{G}) = \frac{45}{100} = 0.45$$

b) Si sabemos que el alumno seleccionado no usa gafas, ¿qué probabilidad hay de que sea hombre?

$$p(h/\bar{G}) = \frac{p(h \cap \bar{G})}{p(\bar{G})} = \frac{\frac{25}{100}}{\frac{70}{100}} = \frac{5}{14}$$

13. Disponemos de dos urnas: la urna A contiene 6 canicas rojas y 4 canicas blancas, la urna B contiene 4 canicas rojas y 8 canicas blancas. Se lanza un dado, si aparece un número menor que 3; nos vamos a la urna A; si el resultado es 3 ó más, nos vamos a la urna B. A continuación extraemos una canica. Se pide:

a) Probabilidad de que la canica sea roja y de la urna B



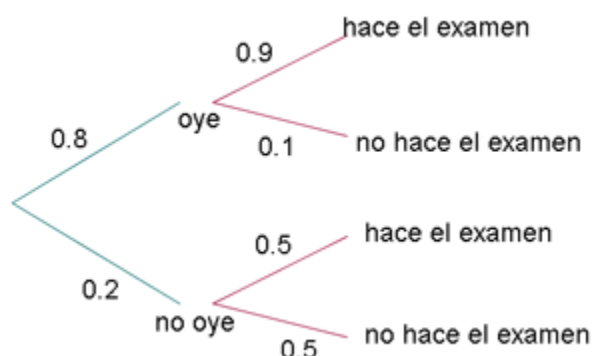
$$p(R \cap U_B) = \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{12} = \frac{2}{9}$$

b) Probabilidad de que la canica sea blanca

$$p(\text{bola blanca}) = \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{10} + \frac{4}{6} \cdot \frac{8}{12} = \frac{26}{45}$$

14. Un estudiante cuenta, para un examen con la ayuda de un despertador, el cual consigue despertarlo en un 80% de los casos. Si oye el despertador, la probabilidad de que realiza el examen es 0.9 y, en caso contrario, de 0.5.

- a) Si va a realizar el examen, ¿cuál es la probabilidad de que haya oído el despertador?



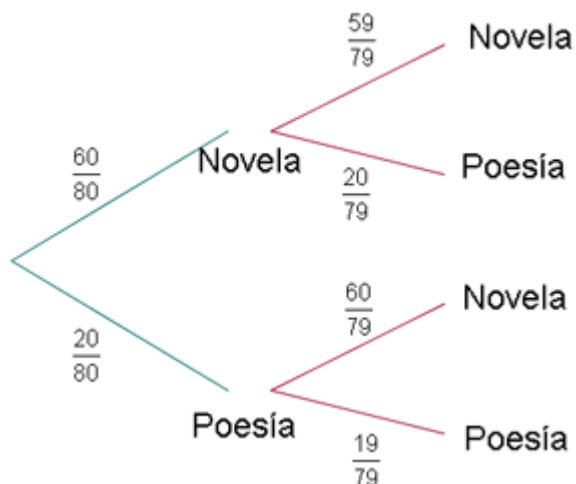
$$p(\text{oye} / \text{hace examen}) = \frac{0.8 \cdot 0.9}{0.8 \cdot 0.9 + 0.2 \cdot 0.5} = \frac{36}{41}$$

- b) Si no realiza el examen, ¿cuál es la probabilidad de que no haya oído el despertador?

$$p(\text{no oye} / \text{no hace examen}) = \frac{0.2 \cdot 0.5}{0.8 \cdot 0.1 + 0.2 \cdot 0.5} = \frac{5}{9}$$

15. En una estantería hay 60 novelas y 20 libros de poesía. Una persona A elige un libro al azar de la estantería y se lo lleva. A continuación otra persona B elige otro libro al azar.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que el libro seleccionado por B sea una novela?



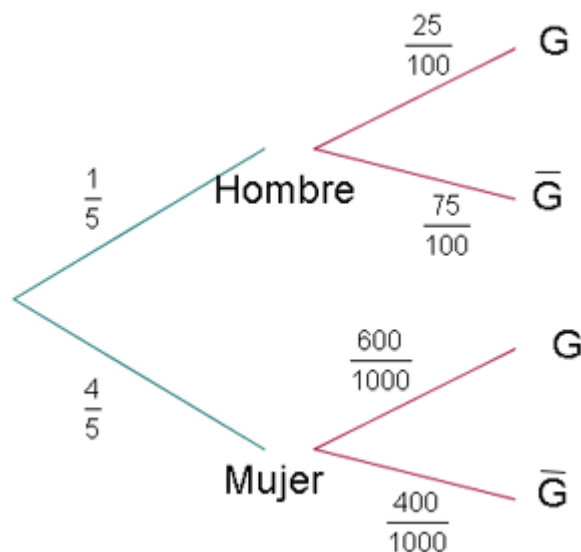
$$p(B \text{ elige novela}) = \frac{60}{80} \cdot \frac{59}{79} + \frac{20}{80} \cdot \frac{60}{79} = \frac{237}{316}$$

- b) Si se sabe que B eligió una novela, ¿cuál es la probabilidad de que el libro seleccionado por A sea de poesía?

$$p(A \text{ elige poesía} / B \text{ eligió novela}) = \frac{\frac{20}{80} \cdot \frac{60}{79}}{\frac{60}{80} \cdot \frac{59}{79} + \frac{20}{80} \cdot \frac{60}{79}} = \frac{60}{237}$$

16. Se supone que 25 de cada 100 hombres y 600 de cada 1000 mujeres usan gafas. Si el número de mujeres es cuatro veces superior al de hombres, se pide la probabilidad de encontrarnos:

- a) Con una persona sin gafas.



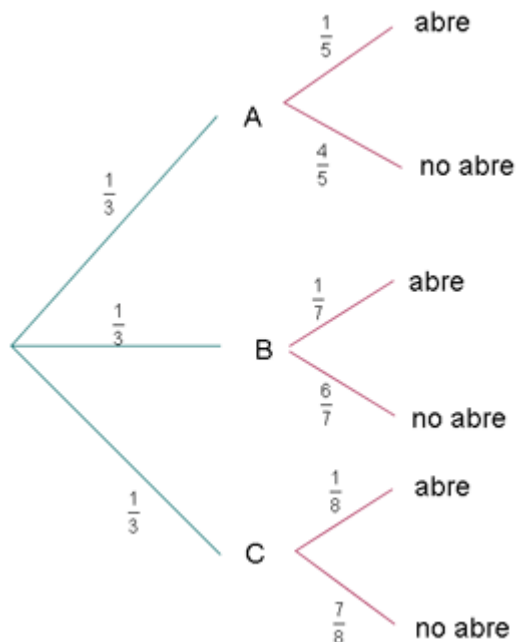
$$p(\text{sin gafas}) = \frac{1}{5} \cdot \frac{75}{100} + \frac{4}{5} \cdot \frac{400}{1000} = 0.47$$

- b) Con una mujer con gafas.

$$p(\text{mujer con gafas}) = \frac{4}{5} \cdot \frac{600}{1000} = 0.48$$

17. En una casa hay tres llaveros A, B y C; el primero con cinco llaves, el segundo con siete y el tercero con ocho, de las que sólo una de cada llavero abre la puerta del trastero. Se escoge al azar un llavero y, de él una llave para abrir el trastero. Se pide:

a) ¿Cuál será la probabilidad de que se acierte con la llave?



$$P(\text{abrir}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{7} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8} = 0.1559$$

b) ¿Cuál será la probabilidad de que el llavero escogido sea el tercero y la llave no abra?

$$P(\text{C y no abre}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{8} = 0.2917$$

c) Y si la llave escogida es la correcta, ¿cuál será la probabilidad de que pertenezca al primer llavero A?

$$P(\text{llavero A / abre}) = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{7} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8}} = 0.4275$$