



**CENTRO DE ESTUDIOS  
CIENTÍFICOS Y TECNOLÓGICOS #4  
"LAZARO CARDENAS"**

**GUIA DE  
GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA  
PRIMER DEPARTAMENTAL  
ENERO-FEBRERO 2014**

**"LAS MATEMATICAS SON EL ALFABETO CON EL CUAL DIOS  
HA ESCRITO EL UNIVERSO" GALILEO GALILEI**

**ACADEMIA DE MATEMÁTICAS  
TURNO MATUTINO**



# GUIA DE GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA 1ER. EXAMEN

c)  $\log_b(x+1) - \log_b(y-z) =$

d)  $\log_b(y^2 - 1) - \log_b(y+1) =$

e)  $\frac{1}{3}\log_a y - \frac{2}{5}\log_a z =$

6.- Usando logaritmos resuelve las siguientes operaciones.

a)  $(29.32)(50.75) =$

b)  $\frac{(96.7)(0.128)}{12.2} =$

c)  $\frac{246}{(6.49)(12.7)} =$

d)  $\sqrt[3]{496} =$

e)  $\sqrt{\left[\frac{(71.1)(6.95)}{(9.34)(8.15)}\right]^3} =$

7.- Resuelve las siguientes ecuaciones.

a)  $5^x = 625$

c)  $2^{2x-3} = 5^{x-2}$

e)  $2^{-x} = 8$

g)  $\log_3(5x+1) = \log_3(x-3)$

i)  $\log_4 4 + \log_4(x-6) = 2$

k)  $\log_5(2x-1) = 2 - \log_5(2x+3)$

b)  $3^{x+4} = 2^{1-3x}$

d)  $3^{2-3x} = 4^{2x+1}$

f)  $\log x = 1 - \log(x-3)$

h)  $\log x - \log x^2 = 0$

j)  $\log_2(x^2 - x - 6) - \log_2(x+2) = 2$

l)  $\log_4(2x-5) = 1 - \log_4(x+1)$

8.- Resuelve los siguientes sistemas:

a)  $\begin{cases} 2^{x-y} = 5 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 4^{x+2y} = 64 \\ 2x + 5y = 5 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} 2^{2x-3y} = 32 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$

f)  $\begin{cases} \log x + \log y = 4 \\ \log 2x - \log 5y = 1 \end{cases}$

g)  $\begin{cases} 5^{x-2y} = 100 \\ 3^{2x-y} = 10 \end{cases}$

h)  $\begin{cases} 2^{x-y} = 5 \\ \log_3(x+2y) = 1 \end{cases}$

# GUIA DE GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA 1ER. EXAMEN

d)  $8^{x-y} = 3^x$   
 $8^y = 2^{x-3}$

i)  $\log_5(2x + 5y) = 1$   
 $4^{x+2y} = 64$

e)  $e^{x+y} = e$   
 $e^{x+2y} = 2$

j)  $3^{x+y} = 9$   
 $\log_4(3x + y) = 1$

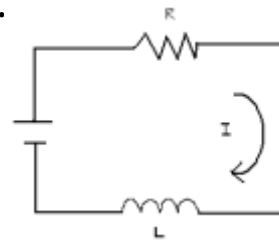
9.-Obten las graficas de las siguientes funciones:

- a)  $y = 2^x$       b)  $y = 5^x + 3$       c)  $y = \text{Log}_2 x$

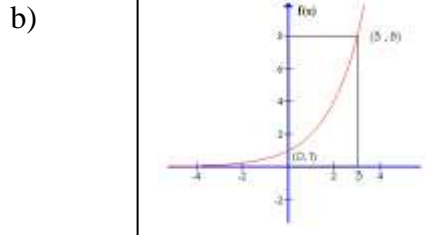
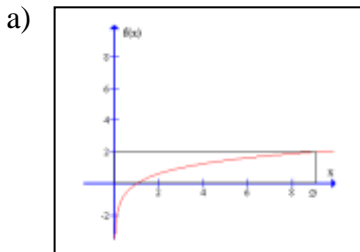
10.- Desintegración del Radio: Si se comienza con  $q_0$  miligramos de radio, la cantidad  $q$  que queda al transcurrir  $t$  años es :  $q = q_0 2^{-t/1600}$ , despeja  $t$ .

Si  $q_0 = 12$  mg calcule el tiempo  $t$  en que se tendrá sólo la mitad de  $q_0$ .

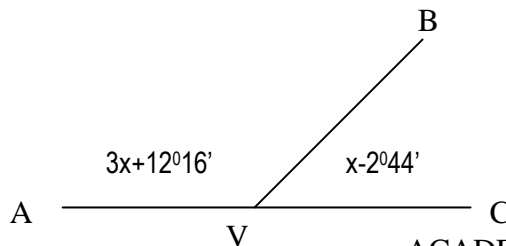
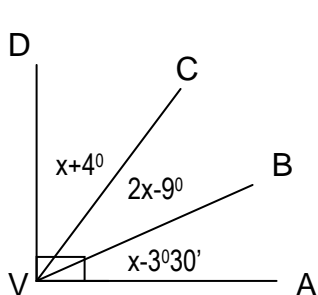
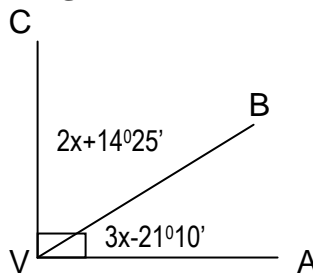
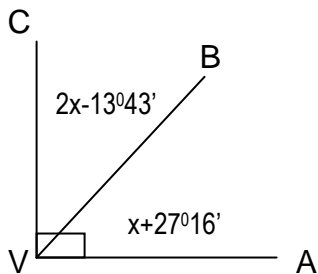
11.- Circuito eléctrico : En la figura se muestra un esquema de un circuito eléctrico simple formado por una resistencia y una bobina. La corriente  $I$ , en el instante  $t$  es  $I = 20e^{-Rt/L}$ , donde  $R$  es la resistencia y  $L$  es la inductancia , despeja  $t$  de esta ecuación.



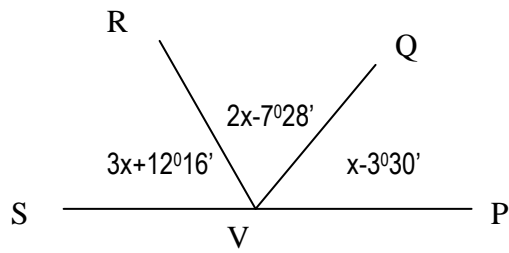
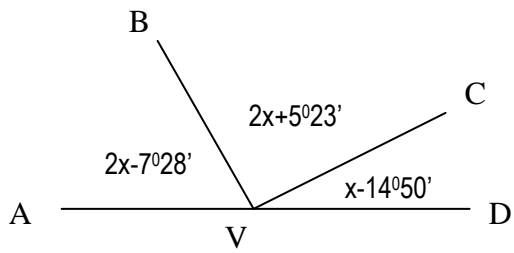
12.-En las siguientes graficas, escribe la formula de la función que le corresponde (utiliza una función exponencial o logarítmica)



13- Encuentra el valor de cada ángulo, en las figuras siguientes:

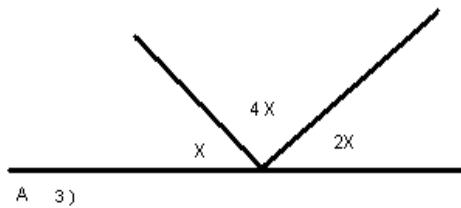


# GUIA DE GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA 1ER. EXAMEN

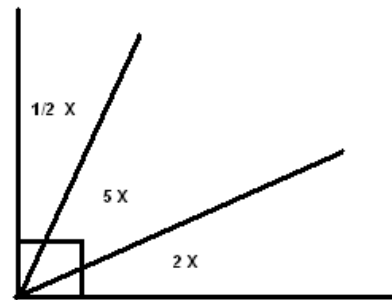
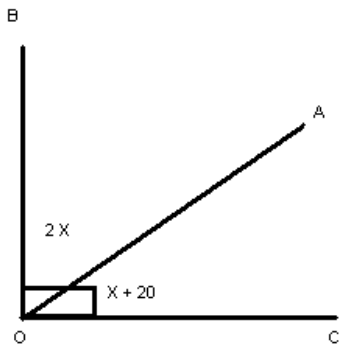
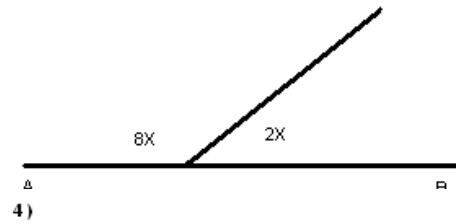


14.-Encuentra la medida de cada ángulo:

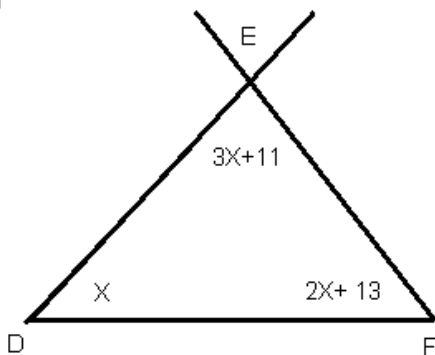
1)



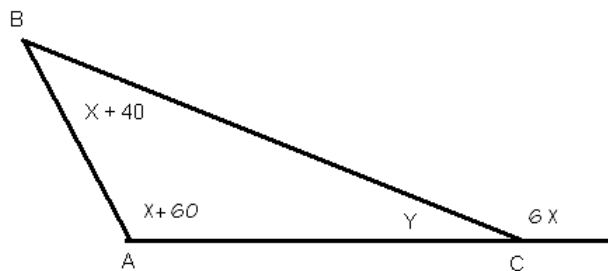
2)



5)

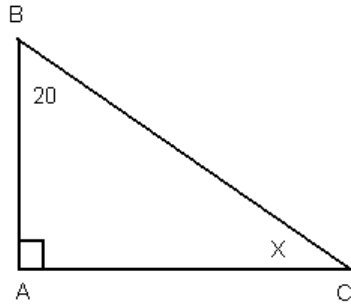


6)

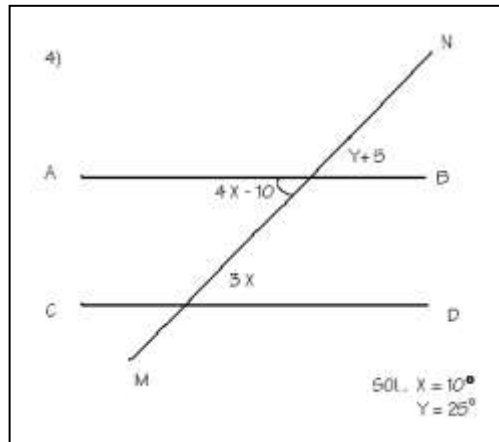
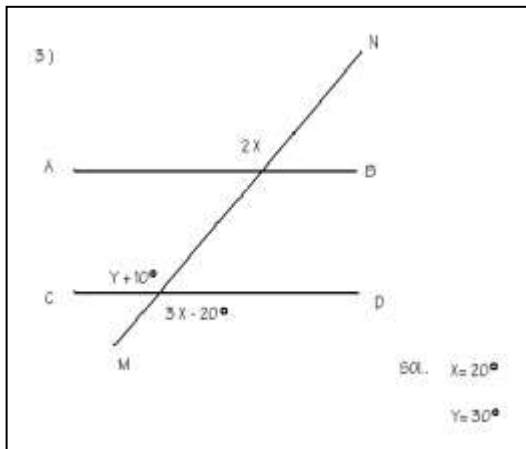
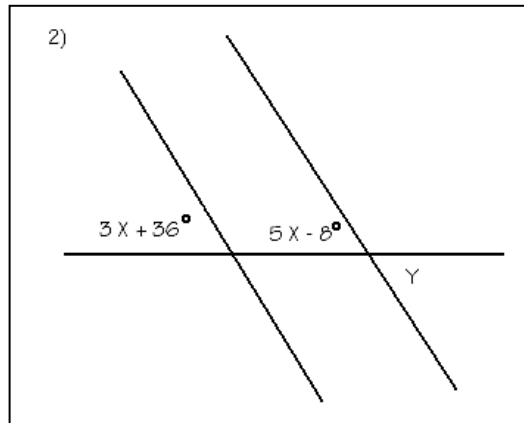
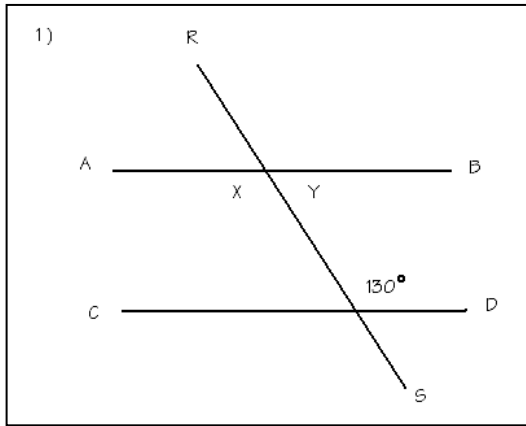


# GUIA DE GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA 1ER. EXAMEN

7)



15.-Calcula el valor de la incógnita:



# LABORATORIO DE MATEMATICAS

## PRACTICA 1



1.- Calcular los siguientes logaritmos:

- |                      |         |                      |         |
|----------------------|---------|----------------------|---------|
| a) $\log_2 4$        | sol:2   | b) $\log_2 64$       | sol:6   |
| c) $\log_2 128$      | sol:7   | d) $\log_2 1/2$      | sol:-1  |
| e) $\log_2 1/4$      | sol:-2  | f) $\log_2 1/16$     | sol:-4  |
| g) $\log_2 \sqrt{2}$ | sol:1/2 | h) $\log_2 \sqrt{8}$ | sol:3/2 |

2.- Calcular los siguientes logaritmos:

- |                  |        |                      |         |
|------------------|--------|----------------------|---------|
| a) $\log 1$      | sol:0  | b) $\log 10$         | sol:1   |
| c) $\log 100$    | sol:2  | d) $\log 1/10$       | sol:-1  |
| e) $\log 1/1000$ | sol:-3 | f) $\log \sqrt{100}$ | sol:1/2 |
| g) $\log 100$    | sol:1  |                      |         |

3.- Sabiendo que  $\log_5 N=h$ , determina el logaritmo en base 5 de  $N/125$ .

sol:  $h-3$

4.- Hallar el valor de:

- a)  $\log 1000 - \log 0.001 + \log 1/1000$   
b)  $\log 7 + \log 1/7$

sol: a) 3 b) 0

5.- Despeja y en la igualdad  $\log x + \log y = \log(x + y)$

sol:  $y = \frac{x}{x-1}$

6.- Resolver las siguientes ecuaciones logarítmicas

- a)  $\log x + \log 50 = \log 1000$   
b)  $\log x = 1 + \log(22-x)$   
c)  $2 \log x - \log(x-16) = 2$   
d)  $\log x^3 = \log 6 + 2 \log x$

sol: a)  $x = 20$  b)  $x = 20$  c)  $x=20$   $x=80$  d)  $x=6$

7.- Calcula el valor de "x" en las siguientes expresiones:

- a)  $\log_2 \frac{1}{16} = x$       b)  $\log_x 125 = 3$       c)  $\log_3 x = 4$

sol: a)  $x = -4$  b)  $x = 5$  c)  $x = 81$

# GUIA DE GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA 1ER. EXAMEN

8.- Sabiendo que  $\log a = 3$  y  $\log b = 5$ . Calcula:

a)  $\log a \cdot b$

b)  $\log a/b$

c)  $\log a^{\log bd}$   
sol: a) 8

d)  $\log \sqrt{a}$   
b) -2 c) 15

d) 3/2

9.- Sabiendo que  $\log 2 = 0,3$  y  $\log 3 = 0,48$ . Calcula:

a)  $\log 216$

b)  $\log 75$

c)  $\log \sqrt{0,002}$

d)  $\log \frac{1}{\sqrt[3]{16}}$

sol: a) 2,34

b) 1,88

c) -1,35

d) 0,4

## Función exponencial

La función exponencial es del tipo:

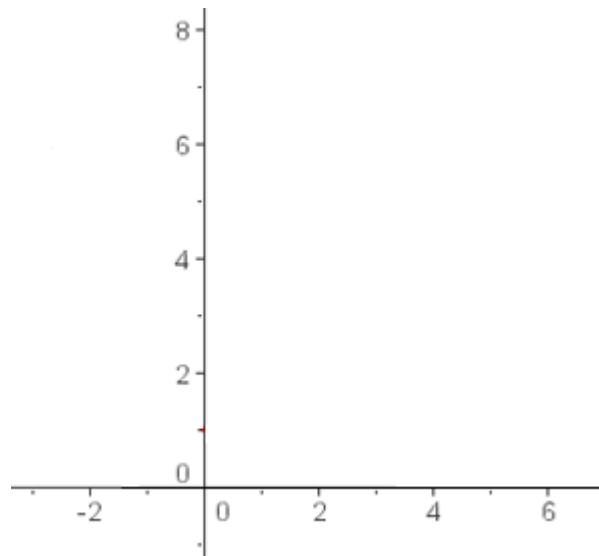
$$f(x) = a^x$$

Sea  $a$  un número real positivo. La función que a cada número real  $x$  le hace corresponder la potencia  $a^x$  se llama *función exponencial de base  $a$  y exponente  $x$* .

Grafica las siguientes funciones:

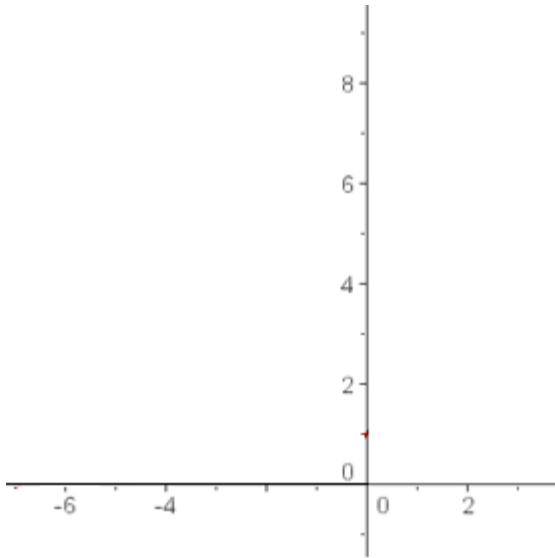
$$f(x) = 2^x$$

x	y = 2 <sup>x</sup>
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	



# GUIA DE GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA 1ER. EXAMEN

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$



x	y = (1/2) <sup>x</sup>
-3	
-2	<input type="text"/>
-1	
0	<input type="text"/>
1	
2	<input type="text"/>
3	

## Función logarítmica

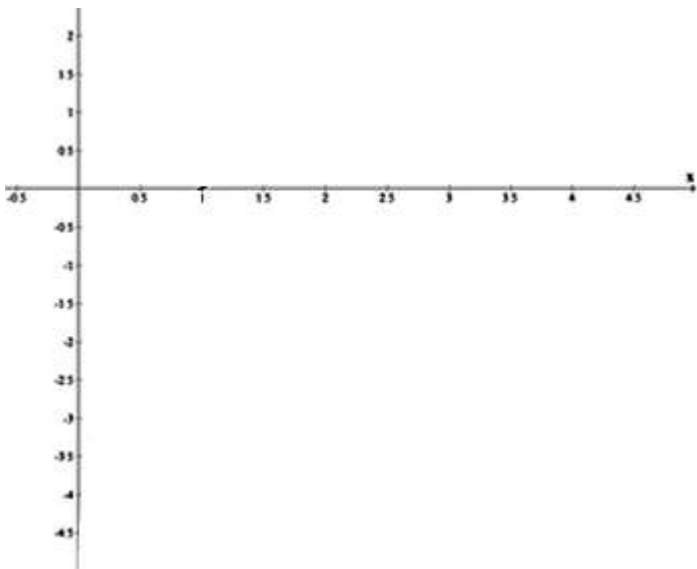
La función logarítmica en base a es la función inversa de la exponencial en base a.

$$f(x) = \log_a x$$

$$a > 0, a \neq 1$$

Grafica las siguientes funciones:

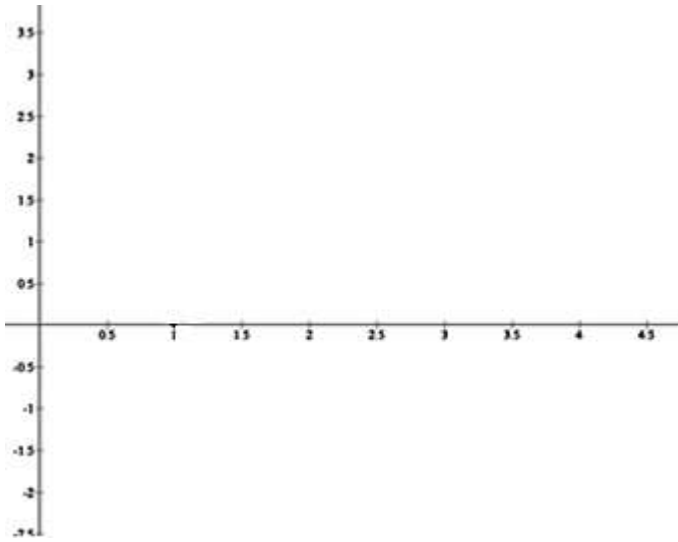
1.  $f(x) = \log_2 x$



x	y = log <sub>2</sub> x
1/8	
1/4	<input type="text"/>
1/2	
1	<input type="text"/>
2	
4	<input type="text"/>
8	

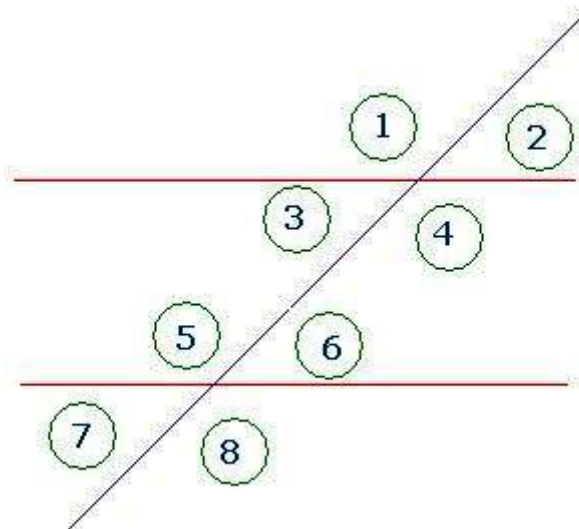
# GUIA DE GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA 1ER. EXAMEN

2.  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$



x	$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$
1/8	
1/4	<input type="text"/>
1/2	
1	<input type="text"/>
2	
4	<input type="text"/>
8	

Observa la figura siguiente y después, contesta a las preguntas siguientes, explicando tus respuestas:



# GUIA DE GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA 1ER. EXAMEN

1. ¿Cómo son los ángulos 1 y 2?
2. ¿Cómo podemos llamar a los ángulos 1 y 4?
3. ¿Son suplementarios los ángulos 2 y 4?
4. ¿Son iguales los ángulos 2 y 3? ¿Por qué?
5. ¿Son correspondientes los ángulos 3 y 7?
6. ¿Cómo son los ángulos 4 y 6?
7. ¿Es el ángulo 6 correspondiente al ángulo 3?
8. ¿Son iguales los ángulos 5 y 8? ¿Por qué?
9. ¿Cómo puedes llamarles a los ángulos 1 y 8?
10. ¿Son alternos internos los ángulos 5 y 6?

# **GUIA DE GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA 2DO. EXAMEN**



**CENTRO DE ESTUDIOS  
CIENTÍFICOS Y TECNOLÓGICOS #4  
"LAZARO CARDENAS"**

**GUIA DE**

**GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA**

**SEGUNDO EXAMEN**

**MARZO-ABRIL 2014**

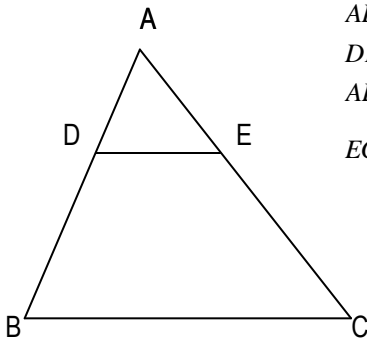
ACADEMIA DE MATEMÁTICAS  
TURNO MATUTINO.

# GUIA DE GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA 2DO. EXAMEN

## TRIANGULOS SEMEJANTES

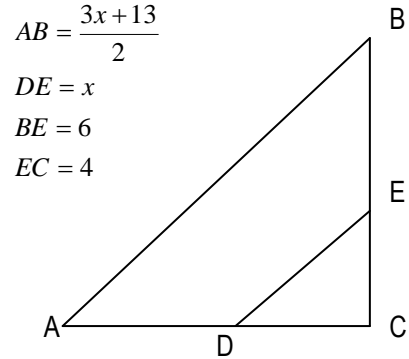
I.- Determina el valor de los lados que se solicitan en cada ejercicio.

a)



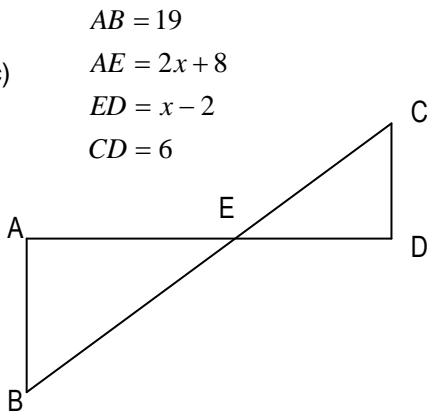
$$\begin{aligned} AD &= 4 \\ DB &= 7 \\ AE &= x \\ EC &= \frac{3x+3}{2} \end{aligned}$$

b)



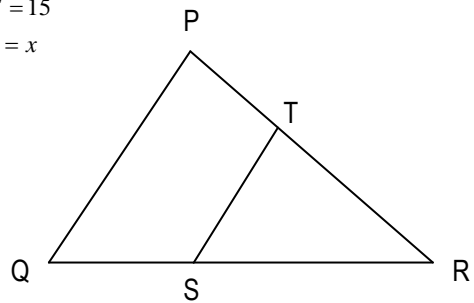
$$\begin{aligned} AB &= \frac{3x+13}{2} \\ DE &= x \\ BE &= 6 \\ EC &= 4 \end{aligned}$$

c)



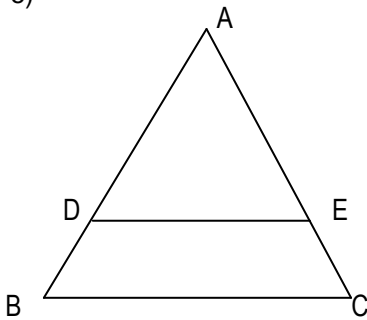
$$\begin{aligned} AB &= 19 \\ AE &= 2x+8 \\ ED &= x-2 \\ CD &= 6 \end{aligned}$$

d)



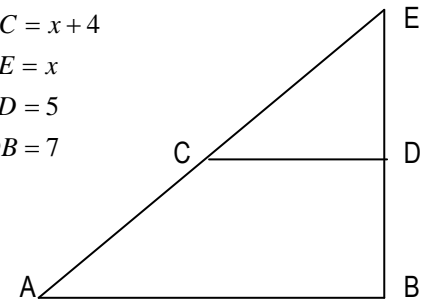
$$\begin{aligned} QS &= 20 \\ SR &= 25 \\ PT &= 15 \\ TR &= x \end{aligned}$$

e)



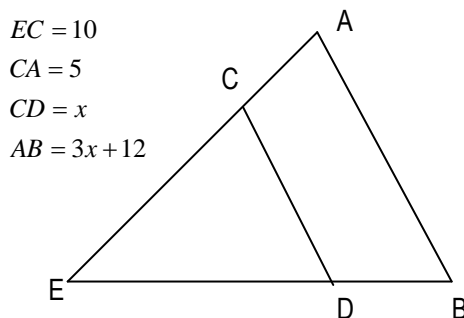
$$\begin{aligned} DB &= 14 \\ DA &= x \\ AE &= 30 \\ EC &= 16 \end{aligned}$$

f)



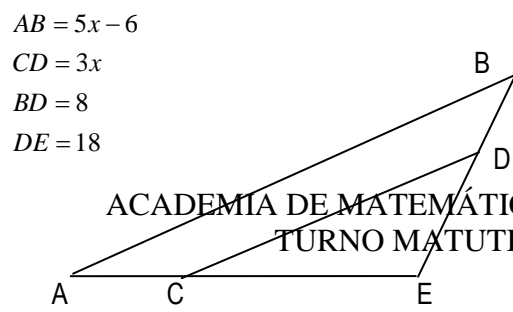
$$\begin{aligned} AC &= x+4 \\ CE &= x \\ ED &= 5 \\ DB &= 7 \end{aligned}$$

g)



$$\begin{aligned} EC &= 10 \\ CA &= 5 \\ CD &= x \\ AB &= 3x+12 \end{aligned}$$

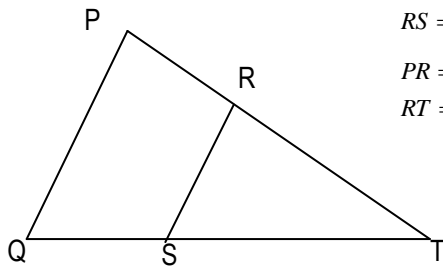
h)



$$\begin{aligned} AB &= 5x-6 \\ CD &= 3x \\ BD &= 8 \\ DE &= 18 \end{aligned}$$

# GUIA DE GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA 2DO. EXAMEN

i)



$$PQ = \frac{x+7}{2}$$

$$RS = \frac{3x}{5}$$

$$PR = 4$$

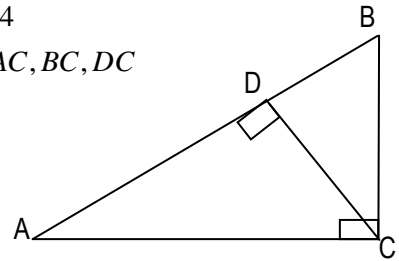
$$RT = 6$$

j)

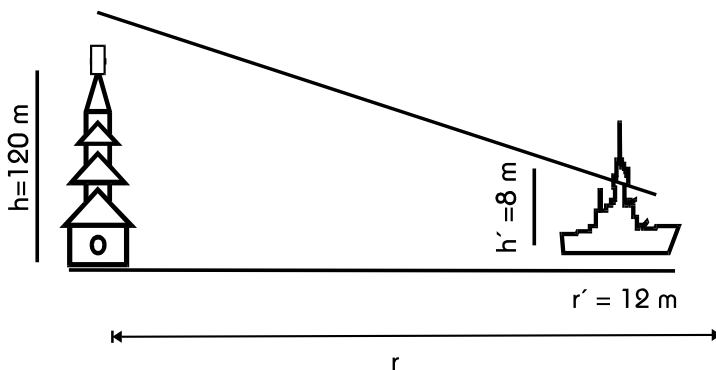
$$AD = 9$$

$$DB = 4$$

Calc. AC, BC, DC



2.- Determinar la distancia a la que se encuentra el barco del faro.



## TEOREMA DE PITAGORAS

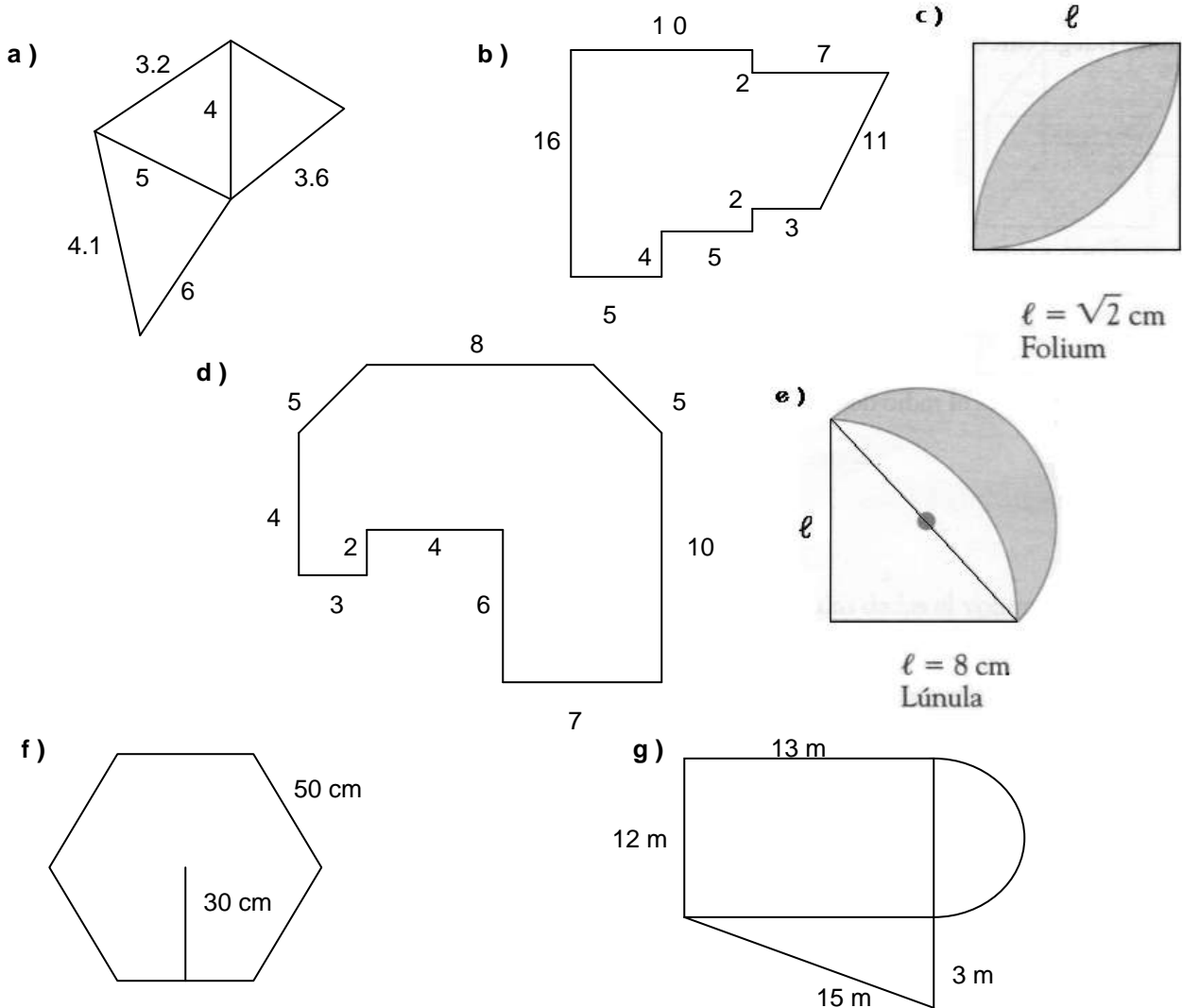
- 1.- Se cuenta con una escalera de 25 metros y se desea subir al extremo de una torre de 21.6 metros de altura. ¿A que distancia se necesita colocar la base de la escalera para que el otro extremo coincida con la punta de la torre?
- 2.- Una escalera de 13 metros se apoya en un muro de un edificio. Si el pie de la escalera esta a 5 metros de la base del edificio. ¿A que altura toca el edificio?
- 3.- Una rampa cubre 3 metros de terreno, si la rampa tiene 4 metros de largo. ¿Qué tanto se eleva?
- 4.- Un satélite de transmisiones se encuentra a 90 mil metros sobre una estación de radio X, si otra estación de radio Y, se encuentra a una distancia de 50 mil metros de la estación X. ¿Qué distancia hay del satélite a la estación Y?
- 5.- Calcular la altura de un triángulo isósceles, si su base mide 70 cm, y cada uno de sus lados iguales mide 50 cm.
- 6.- Calcular la longitud de la diagonal de un cuadrado, cuyos lados miden 5 metros.
- 7.- La diagonal de un rectángulo tiene 5 metros más que su base, y 10 metros menos que su altura. ¿Cuáles son sus dimensiones?
- 8.- En un triángulo rectángulo, un cateto mide 20 cm y el otro cateto mide 12 cm menos que la hipotenusa. ¿Calcular el valor de estos lados?

# GUIA DE GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA 2DO. EXAMEN

- 9.- La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 56 cm, y un cateto mide 17 cm más que el otro. Calcular la longitud de los catetos.
- 10.- El área de un triángulo rectángulo es de 88 cm cuadrados, y un cateto es mayor que el otro por 5 cm. Calcular la longitud de sus lados.
- 11.- La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 20 cm, y la suma de las longitudes de sus catetos es de 28 cm. Calcular la longitud de sus catetos.
- 12.- El área de un triángulo rectángulo es de 45 cm cuadrados, la suma de sus catetos es de 21 cm. Calcular la longitud de sus lados.

## PERIMETROS, AREAS Y VOLUMENES

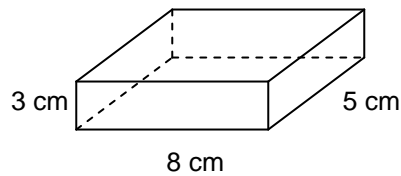
- 1.- Calcula el perímetro y el área de unos terrenos que tiene las dimensiones de las siguientes figuras.



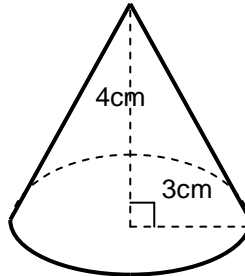
- 4.- Una pecera rectangular tiene 5 cm de ancho y 12 de longitud y contiene agua hasta una profundidad de 7 cm. Se mete un pez y el nivel del agua sube 1.7 cm. ¿Cuál es el volumen del pez?
- 5.- Un depósito de agua en forma esférica de 3 m de radio. Calcula su volumen.

# GUIA DE GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA 2DO. EXAMEN

6.- Encuentra el área superficial del paralelepípedo rectangular.



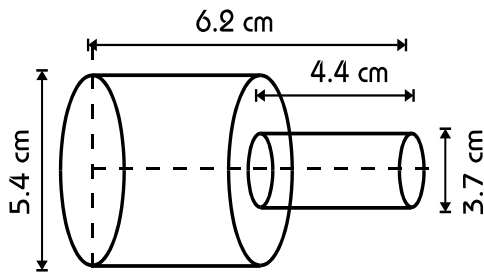
7.- Encuentra el área superficial de un cono circular recto de 3 cm de radio y una altura de 4 cm.



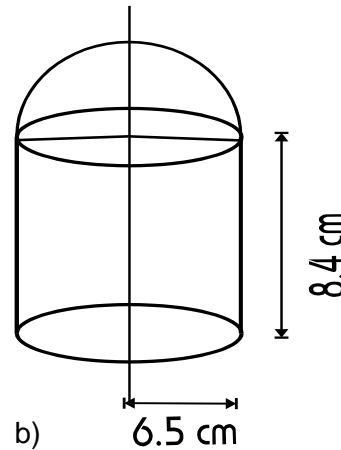
8.- Un cohete tiene forma de cilindro circular recto coronado por un cono circular recto del mismo radio. ¿Cuál es su volumen si la altura del cilindro mide 250 pies, la altura del cono mide 140 pies y el radio mide 60 pies?.

9.- La base de una pirámide es un hexágono que mide 4 cm por lado. Si la altura de la pirámide mide 5 cm. Encuentra el volumen.

10.- Calcule el volumen del siguiente sólido:



a)



b)

11.- Si tenemos dos triángulos isósceles de lados  $a, x, x$  y  $b, x, x$  ¿Qué valor tiene "x" si el área de cada triángulo es igual a:  $ab/4$ .

- a)  $\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$       b)  $\frac{ab}{2}$       c)  $\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{8}$       d)  $\frac{\sqrt{2a + b}}{2}$

## POLÍGONOS

- Determina los elementos e indica que polígono regular tiene sus ángulos interiores de  $140^\circ$ .
- Calcular el número de diagonales que se pueden trazar desde un vértice de un pentágono, un octágono y un nonágono.
- Determinar los elementos de un polígono regular, en el cual se pueden trazar 42 diagonales más que sus lados.
- Determinar los elementos de un polígono regular, en el cual se pueden trazar 52 diagonales más que sus lados.

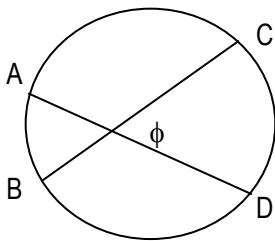
# GUIA DE GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA 2DO. EXAMEN

- 5.- Determinar los elementos de un polígono regular, en el que se pueden trazar 152 diagonales totales.
- 6.- En un polígono regular en el que se pueden trazar 14 diagonales totales, encontrar sus elementos y que nombre recibe el polígono.
- 7.- El número de diagonales totales de un polígono regular es el triple, que su número de lados. ¿De que polígono se trata? Y determina sus elementos.

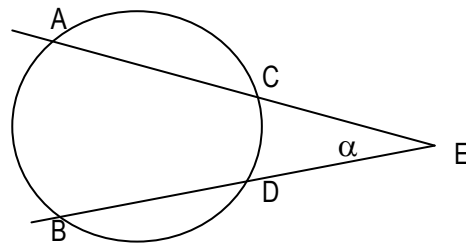
## CIRCUNFERENCIA Y CIRCULO.

De las siguientes figuras, calcula el valor de los ángulos que se indican, en grados, minutos y segundos y en radianes.

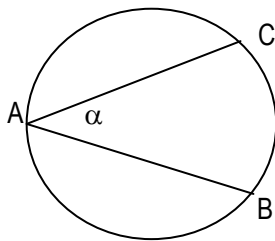
1.-Datos:  $r=30$  cm,  $AB=14$  cm,  $CD=80$  cm



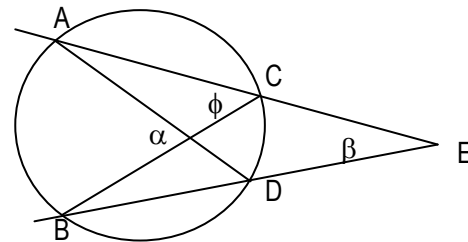
2.-Datos:  $r=40$  cm,  $AB=110$  cm,  $CD=35$  cm



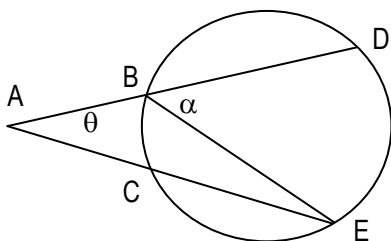
3.-Datos:  $r=23$  cm,  $BC=32$  cm



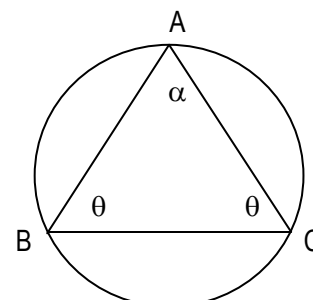
4.-Datos:  $r=24$  cm,  $AB=54$  cm,  $CD=20$  cm



5.-Datos:  $r=50$  cm,  $BC=25$  cm,  $DE=90$  cm,

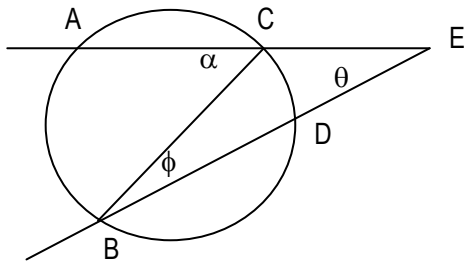


6.-Datos:  $r=25$  cm,  $AB=42$  cm,  $AC=42$  cm

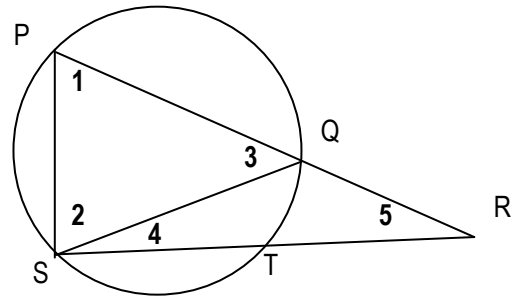


# GUIA DE GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA 2DO. EXAMEN

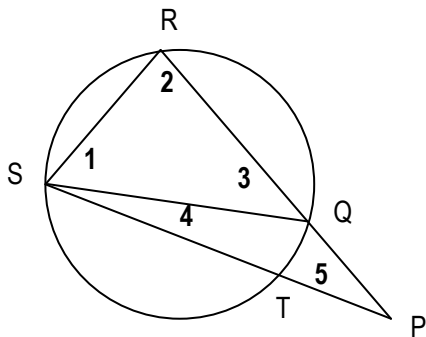
7.-Datos:  $r=60$  cm,  $AB=85$  cm,  $CD=37$  cm,



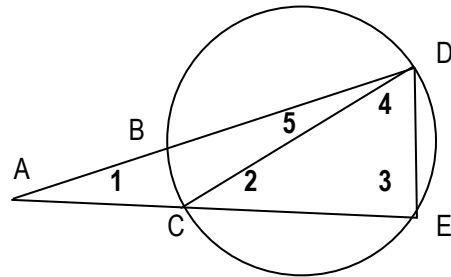
8.-Datos:  $r=35$  cm,  $PS=63$  cm,  $QT=27$  cm  
 $PQ=72$  cm



9.-Datos:  $r=15$  cm,  $RS=22$  cm,  $QT=5$  cm,  
 $QR=40$  cm



10.-Datos:  $r=22$  cm,  $BC=15$  cm,  $DE=38$  cm  
 $CE=46$  cm



# LABORATORIO DE MATEMATICAS

## PRACTICA 2

LEE, MEDITA Y RESPONDE LAS SIGUIENTES PREGUNTAS:

1. CINCO PATATAS Y SEIS NIÑOS. Una madre tiene 6 niños y 5 patatas. ¿Cómo puede distribuir las patatas uniformemente entre los 6 niños? (No valen fracciones).

2. BOLAS EN CAJAS. ¿Cómo podremos disponer 9 bolas en 4 cajas de forma que cada una tenga un número impar de bolas y distinto del de cada una de las otras tres?

3. CIFRAS IMPARES. ¿Es posible mediante cinco cifras impares sumar 20?

4. 10 y 11 MONEDAS EN TRES VASOS. Al meter 11 monedas en tres vasos, de forma que cada vaso contenga un número impar de monedas; podemos conseguirlo de muchas formas. Por ejemplo, poniendo 7 monedas en un vaso, 3 en otro y, 1, en el último. Sin embargo, ¿sabrías tú distribuir 10 monedas en estos mismos tres vasos, de modo que siga habiendo un número impar de monedas en cada vaso? El asunto es factible, pero tendrá que ocurrírsele una trampa para lograrlo.

5. LA HERENCIA DE 17 CAMELLOS. Un árabe dejó al morir a sus tres hijos una herencia de 17 hermosos camellos, especificando que habían de repartirla de la siguiente manera: al mayor la mitad de los camellos, al mediano la tercera parte, y al menor la novena parte. Los jóvenes herederos estaban desesperados, ya que evidentemente no podían repartir los 17 camellos de esta manera sin la colaboración del carnicero. Buscaron finalmente los consejos de un anciano y sabio amigo que prometió su ayuda. Al siguiente día se presentó en la cuadra llevando un camello de su propiedad. Lo juntó a los 17 y dijo a los hermanos que ya podían proceder al reparto. El mayor se llevó la mitad de los 18, o sea 9, el mediano un tercio de los 18, es decir 6; y el pequeño un noveno de los 18, o sea 2. Cuando ya se hubieron llevado los 17 primeros camellos, el anciano cogió el suyo y se marchó. ¿Cuál fue el truco?

6. HERENCIA DE 39 VACAS. Un padre repartió entre sus cuatro hijos 39 vacas. Al primero quería dejarle la mitad de las vacas, al segundo la cuarta parte, al tercero la octava parte y al cuarto la décima parte. No sabía como hacerlo hasta que un vecino le prestó una vaca más; con 40 vacas pudo dar al primero 20, al segundo 10, al tercero 5 y al cuarto 4, y devolvió la vaca al vecino. ¿Lo hizo bien? ¿Podrías explicar qué ocurre?

7. SUMA DE TRES CIFRAS IGUALES. Una suma con tres cifras iguales da como resultado 60. Los números no son el 20. ¿Cuáles serán los números?

8 PRODUCTO ALFABÉTICO. Calcula el valor del siguiente producto:  
 $(x-a)(x-b)(x-c) \dots (x-z) = ?$

9. LOS TERRONES Y EL AZÚCAR. Se tienen tres tazas de café y catorce terrones de azúcar. ¿Cómo endulzar las tres tazas empleando un número impar de terrones en cada una?



**CENTRO DE ESTUDIOS  
CIENTÍFICOS Y TECNOLÓGICOS #4  
"LAZARO CARDENAS"**

**GUÍA DE ESTUDIO PARA EL TERCER EXAMEN  
DE GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA**

**ACADEMIA DE MATEMÁTICAS  
TURNO MATUTINO**

**ABRIL-MAYO 2014**

## TRIGONOMETRÍA

### Funciones trigonométricas

I.- Dada la función Trigonométrica, hallar las demás.

1.  $\cos A = \frac{4}{5}$

2.  $\tan \phi = -\frac{6}{10}$

3.  $\sin \beta = \frac{2}{3}$

4.  $\sin \phi = \frac{1}{\sqrt{2}}$

5.  $\sec \phi = -2$

6.  $\cos \alpha = \frac{1}{3}$

7.  $\sec \beta = 4$

8.  $\tan \theta = -1$

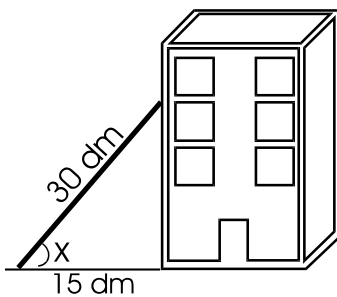
9.  $\csc \theta = -\frac{4\sqrt{7}}{7}$

II.- Sin utilizar calculadora ni tablas trigonométricas completa la siguiente tabla

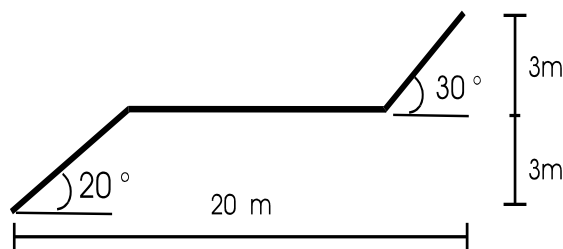
Función trigonométrica	0°	30°	45°	60°	90°	120°
Sen $\theta$						
Cos $\theta$						
Tan $\theta$						

### III.- Aplicaciones

1.- Una escalera de 30 decímetros de largo está apoyada sobre una pared de un edificio, estando su base a 15 decímetros del edificio ¿Qué ángulo forma la escalera con el piso?

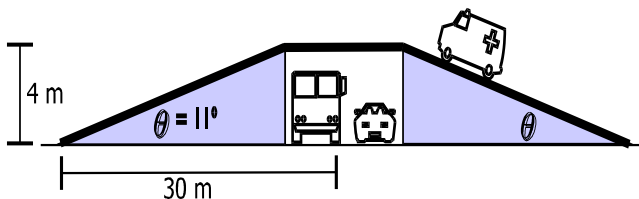


2.- Calcula la longitud total del tobogán que se muestra en la figura.



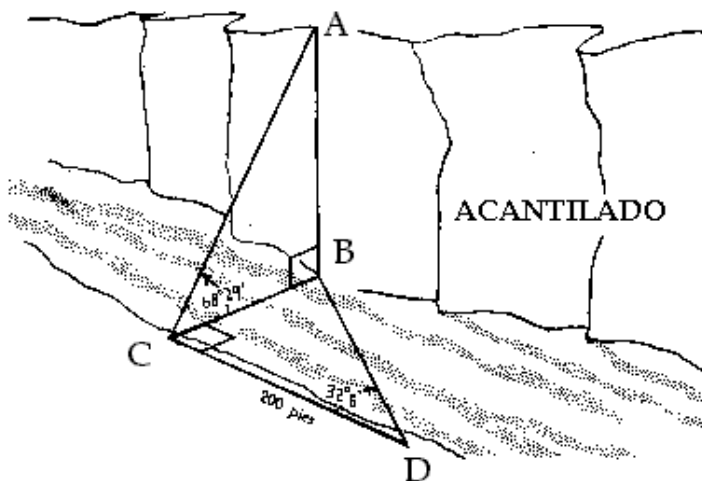
# GUIA DE GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA 1ER. EXAMEN

3.-Se requiere construir un puente de tal forma que se van a construir dos terraplenes para ahorrar costos, y sobre ellos mediante estructuras prefabricadas, se colocara el puente ¿Cuál es la longitud del puente? (línea oscura)



4.-Supon que estas en un punto C del otro lado del río que pasa a un acantilado AB. tú no puede medir CB. Desde el punto C, tú mides el ángulo ACB de  $68^{\circ} 24'$  y  $CD = 200$  pies. En el punto D mides el ángulo CDB de  $32^{\circ} 6'$ .

- a) **Calcula el ancho CB del río.**  
b) **Calcula la altura AB del acantilado**



## IV.- Funciones trigonométricas en distintos cuadrantes

1.-Representa mediante un dibujo los siguientes ángulos que se indican y encuentra el valor de las funciones trigonométricas seno coseno y tangente, sin utilizar calculadora ni tablas.

- a)  $\theta = 120^{\circ}$       b)  $\theta = 225^{\circ}$       c)  $\theta = 240^{\circ}$       d)  $\theta = 495^{\circ}$       e)  $\theta = 750^{\circ}$

2.-Obten el valor de la función trigonométrica indicada, sin utilizar calculadora ni tablas:

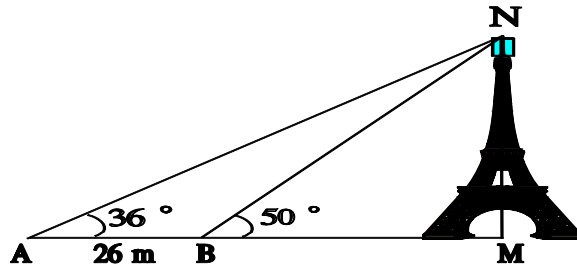
- a)  $\cos 7\pi$       b)  $\sin 14\pi/3$       c)  $\cos (9\pi/4)$       d)  $\tan 5\pi/4$

## ÁNGULOS DE ELEVACION Y DEPRESION.

- Desde un punto sobre el piso, localizado a 120m, de la Torre Eiffel se observa que el ángulo de elevación a la punta de la torre es de  $68^{\circ}$ . Determina la altura de la torre.
- Desde la punta de una roca que se eleva verticalmente 240m fuera del agua, se observa un ángulo de depresión de  $30^{\circ}$  con respecto a un bote. Halla la distancia del bote al pie de la roca.
- Un alumno mide 1.75m de alto, debido al sol proyecta una sombra de 2.35m. ¿Determina el valor del ángulo que forman los rayos del sol y la tierra?
- Un cable está sujeto a lo alto de una antena de radio y a un punto en el suelo que esta a 26.32m de la base de la antena. Si el alambre hace un ángulo de  $58^{\circ} 20'$  con el suelo, calcula la longitud del alambre.
- La Gran Pirámide de Egipto mide 147m de altura, con una base cuadrada de 230m por lado. Determina el ángulo que se forma cuando un observador se sitúa en el punto medio de uno de los lados y observa la cúspide de la pirámide.

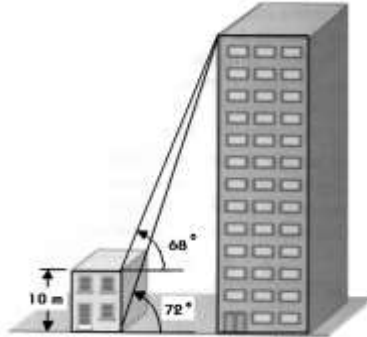
# GUIA DE GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA 1ER. EXAMEN

- 6.- Para medir la altura de una capa de nubes, un estudiante de meteorología dirige la luz de un faro verticalmente hacia las nubes, Desde un punto que esta a 1000m del faro, mide un ángulo de elevación de  $62^{\circ}43'$  al centro del haz luminoso que se forma en las nubes. ¿A qué altura están las nubes?
- 7.- Con el objetivo de medir la altura de una torre, a partir del punto A se ha medido una distancia AB de 26 metros Situada en el plano vertical MNA y los ángulos de elevación  $MAN=36^{\circ}$  y  $MBN=50^{\circ}$ . Calcula la altura de la Torre.



Resp.  $MN=48.39m$ .

- 8.- Una casa que tiene una altura de 10m se localiza al lado de un edificio el ángulo de elevación del edificio de Oficinas desde el piso es  $72^{\circ}$  y desde la parte superior de la casa es de  $68^{\circ}$  ¿Qué altura tiene el edificio de oficinas? ¿Cuánto están separados?



- 9.- Desde lo alto de un edificio con vista al mar, un observador avista una lancha que navega directamente hacia el edificio. Si el observador esta a 34 msnm (sobre el nivel del mar) y el ángulo de depresión de la lancha cambia de  $23^{\circ}18'$  a  $38^{\circ}$  durante el periodo de observación, calcula la distancia que recorre la lancha.
- 10.- A medida que un globo de aire caliente sube, su ángulo de elevación desde un punto al nivel del suelo situado a 110 km de distancia con respecto a la horizontal del globo, cambia de  $22^{\circ}40'$  a  $33^{\circ}50'$ . ¿Aproximadamente cuanto sube el globo durante este periodo?

## APLICACIONES DE LA TRIGONOMETRÍA

1. Un generador por viento produce corriente alterna, la cual se calcula mediante la siguiente ecuación  $I=50\cos(120\pi t + 45\pi)$ , I= corriente en amperes, t = tiempo en segundos. ¿Cuál es la corriente cuando  $t=1.09$  segundos?
2. Un objeto que se encuentra en el extremo de un resorte vertical se desplaza hacia abajo 4 cm más allá de su posición de reposo, se estira el resorte, y se deja en libertad en un instante  $t=0$ . Su posición en un instante t esta dado por la fórmula  $s = 4 \cos t$ . Encuentre la posición del objeto en  $t=1$ seg después de iniciarse el movimiento. ¿En qué tiempo alcanza 2cm de distancia después de haberse iniciado el movimiento?
3. En una maquina el brazo de la biela gira en sentido contrario a las manecillas del reloj 200 veces por minuto. La velocidad horizontal (pulgadas/min) de un punto p viene dada por  $v=-1200\pi \sin\theta$ . ¿Qué velocidad tendrá el punto "p" 3seg después de haberse iniciado el movimiento?

## GRAFICAS DE LAS FUNCIONES TRIGONOMETRICAS

Obtén la grafica de las siguientes funciones trigonométricas

- 1.-  $y = 2 \text{ sen } x, 0 \leq x \leq 360^\circ$
- 2.-  $y = 3 \text{ sen } 2 \theta, 0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$
- 3.-  $y = 5 \text{ cos } 2 x, -\pi/4 \leq x \leq 2 \pi$

4.- Grafica las funciones:

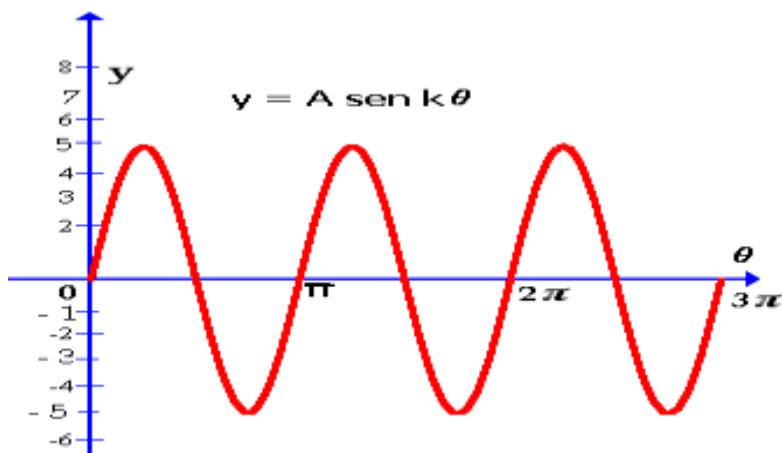
- a)  $y = -4 \text{ sen } x, 0 \leq x \leq 4 \pi$
- b)  $y = 3 + \text{sen } x$
- c)  $y = 4 \text{ sen } x + 2 \text{ cos } x$

5.- De la siguiente grafica., que corresponde a la función:

$$y = A \text{ sen } k \theta.$$

Obtén los siguientes datos:

- a) Amplitud
- b) Periodo
- c) Valores de  $\theta$  en donde  $y = 0$
- d) Valores de  $\theta$  en donde  $y = 5$
- e) Valores de  $\theta$  en donde  $y = -5$



## IDENTIDADES TRIGONOMETRICAS.

Verifica las siguientes identidades:

1.  $\text{Sen } A \cot A = \text{Cos } A$
2.  $\text{Sec } \theta - \text{Tan } \theta \text{ Sen } \theta = \text{Cos } \theta$
3.  $(1 - \text{Sen}^2 A)(1 + \text{Tan}^2 A) = 1$
4.  $\text{Cos } A \text{ Tan } A = \text{Sen } A$
5.  $\text{Ctg}^2 \theta + \text{Ctg}^4 a = \text{Csc}^4 \theta - \text{Csc}^2 \theta$
6.  $\text{Cot} x + \frac{\text{Sen} x}{1 + \text{Cos} x} = \text{Csc} x$
7.  $\text{Csc}^2 \theta \text{ Tan}^2 \theta = \text{Sec}^2 \theta$
8.  $\frac{\text{Tan}^2 a}{1 + \text{Tan}^2 a} \cdot \frac{1 + \text{Ctg}^2 a}{\text{Ctg}^2 a} = \text{Sen}^2 a \text{ Sec}^2 a$
9.  $\frac{\text{sen } \alpha \text{ Cos } \alpha}{\text{Cos}^2 \alpha - \text{Sen}^2 \alpha} = \frac{\text{Tan } \alpha}{1 - \text{Tan}^2 \alpha}$
10.  $\text{Sen}^2 A (1 + \text{Ctg}^2 A) = 1$
11.  $(\text{Cos } \theta - \text{Sen } \theta) (\text{Csc } \theta - \text{Sec } \theta) = \text{Sec } \theta \text{ Csc } \theta - 2$
12.  $1 - \frac{\text{Cos}^2 \theta}{1 + \text{Sen } \theta} = \text{Sen } \theta$

# GUIA DE GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA 1ER. EXAMEN

$$13. \frac{1}{\sec^2 A} + \frac{1}{\csc^2 A} = 1$$

$$14. \frac{\sec^2 a \operatorname{Ctg} a}{\csc^2 a} = \operatorname{Tan} a$$

$$15. \frac{1 - 2\cos^2 B}{\operatorname{Sen} B \operatorname{Cos} B} = \operatorname{Tan} B - \operatorname{Cot} B$$

$$16. \operatorname{Csc} A \operatorname{Sec} A = \operatorname{Cot} A + \operatorname{Tan} A$$

$$17. \operatorname{Sen}^2 \varnothing + \operatorname{Sen}^2 \varnothing \operatorname{Tan}^2 \varnothing = \operatorname{Tan}^2 \varnothing$$

$$18. \frac{\operatorname{Sen} \alpha}{1 + \operatorname{Cos} \alpha} + \operatorname{Cot} \alpha = \operatorname{Csc} \alpha$$

$$19. \frac{1 - \operatorname{Tan}^2 A}{1 + \operatorname{Tan}^2 A} = 2\operatorname{Cos}^2 A$$

$$20. \frac{\operatorname{Sen} \beta}{1 - \operatorname{Cos} \beta} = \frac{1 + \operatorname{Cos} \beta}{\operatorname{Sen} \beta}$$

## IDENTIDADES DE DOS ÁNGULOS

$$1. \frac{\operatorname{Sen} 2\phi}{\operatorname{Sen} \phi} - \frac{\operatorname{Cos} 2\phi}{\operatorname{Cos} \phi} = \operatorname{Sec} \phi$$

$$6. \operatorname{Sen} \left( \frac{3\pi}{2} + \phi \right) = -\operatorname{Cos} \phi$$

$$2. (1 - 2\operatorname{Sen}^2 \phi)^2 = 1 - \operatorname{Sen}^2 2\phi$$

$$7. \operatorname{Tan}(\phi - 45^\circ) = \frac{\operatorname{Tan} \phi - 1}{\operatorname{Tan} \phi + 1}$$

$$3. \frac{\operatorname{Cos} 2\alpha}{\operatorname{Sen} \alpha \operatorname{Cos} \alpha} = \frac{1 - \operatorname{Tan}^2 \alpha}{\operatorname{Tan} \alpha}$$

$$8. \operatorname{Cos} \left( \frac{\pi}{2} + \beta \right) = -\operatorname{Sen} \beta$$

$$4. \operatorname{Sen}(\pi + A) = -\operatorname{Sen} A$$

$$9. \operatorname{Sen}(A + 30^\circ) + \operatorname{Cos}(A + 60^\circ) = \operatorname{Cos} A$$

$$5. \operatorname{Tan} B \operatorname{Sen} 2B = 2\operatorname{Sen}^2 B$$

$$10. \operatorname{Sen}(\alpha + \beta) - \operatorname{Sen}(\alpha - \beta) = 2\operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Sen} \beta$$

## ECUACIONES TRIGONOMETRICAS.

Resuelve cada una de las siguientes ecuaciones para todos los valores del ángulo entre 0 y 360°:

$$1. 2 \operatorname{Sen} \theta = \operatorname{Csc} \theta$$

$$\text{Sol. } 45^\circ, 135^\circ$$

$$8. (\operatorname{Tan} \theta - 1)(4\operatorname{Sen}^2 \theta - 3) = 0$$

$$\text{Sol. } 45^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 225^\circ, 240^\circ, 300^\circ$$

$$2. \operatorname{Tan} \theta = 3 \operatorname{Ctg} \theta$$

$$\text{Sol. } 60^\circ, 240^\circ$$

$$9. \sqrt{2} \operatorname{Cos} \theta = \operatorname{Ctg} \theta$$

$$\text{Sol. } 45^\circ, 135^\circ$$

$$3. \operatorname{Sec} \theta - \operatorname{Csc} \theta = 0$$

$$\text{Sol. } 45^\circ, 225^\circ$$

$$10. 2(\operatorname{Cos}^2 \theta - \operatorname{Sen}^2 \theta) = 1$$

$$\text{Sol. } 30^\circ, 150^\circ, 210^\circ, 330^\circ$$

$$4. 2 \operatorname{Sen}^2 \theta = 3 \operatorname{Cos} \theta$$

$$\text{Sol. } 60^\circ, 300^\circ$$

$$11. \operatorname{Tan} \theta = 4 - 3 \operatorname{Ctg} \theta$$

$$\text{Sol. } 45^\circ, 71^\circ 33' 54'', 225^\circ, 251^\circ 33' 54''$$

$$5. \operatorname{Sec} \theta = 4 \operatorname{Cos} \theta$$

$$\text{Sol. } 60^\circ, 120^\circ, 240^\circ$$

$$12. \operatorname{Cos} 2\theta + \operatorname{Cos} \theta + 1 = 0 \text{ Sol. } 90^\circ, 120^\circ, 240^\circ, 270^\circ$$

$$6. 2\operatorname{Sen}^2 A - \operatorname{Cos} A = 1$$

$$\text{Sol. } 60^\circ, 180^\circ, 300^\circ$$

$$13. \operatorname{Cos} \phi + \operatorname{Cos} 2\phi = 0$$

$$\text{Sol. } 0^\circ, 120^\circ, 240^\circ$$

$$7. \operatorname{Sen} 2\theta + \operatorname{Sen} \theta = 0$$

$$\text{Sol. } 0^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 240^\circ$$

$$14. \operatorname{Sen} 2A = \operatorname{Cos} A$$

$$\text{Sol. } 30^\circ, 90^\circ, 150^\circ, 270^\circ$$

$$15. \operatorname{Sen}^2 \theta + 2 \operatorname{Cos} \theta = -2$$

$$\text{sol. } 180^\circ$$

$$16. \operatorname{Sen} 2x = \operatorname{sen} x$$

$$\text{Sol. } 0, \pi/3, \pi, 5\pi/3$$

$$17. \operatorname{Tan}(x/2) - 1 = 0 \text{ sol. } \pi/2$$

$$18. 4 \cos^2 2\theta - 4 \cos 2\theta + 1 = 0$$

$$\text{Sol. } \pi/6, 5\pi/6, 7\pi/6, 11\pi/6$$

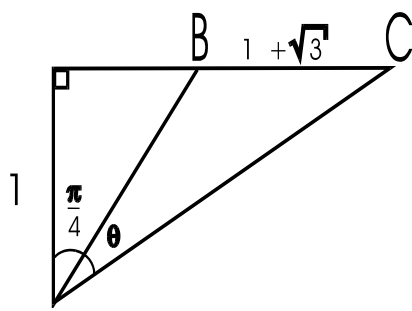
## Aplicaciones en donde surgen ecuaciones e Identidades Trigonómicas

1.-Tomas y Juan se perdieron en el desierto a 1 Km. De la carretera en el punto A. Cada uno tomo una dirección diferente para encontrar la carretera. Tomas llego a la carretera en el punto B y Juan llego en el C,  $1 + \sqrt{3}$  Km. Más adelante en el camino. Escriba una ecuación para el ángulo  $\theta$  y resuélvela.

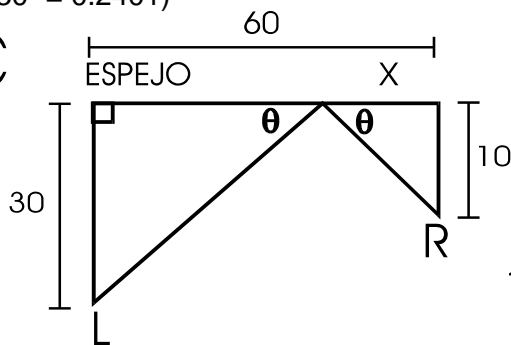
2.-Un rayo de luz de la lámpara L se refleja en un espejo al objeto R (LOS DATOS ESTAN EN PULGADAS).

- a) Encuentra la distancia x.
- b) Encuentra una ecuación para el ángulo  $\theta$ .
- c) Resuelve la ecuación.

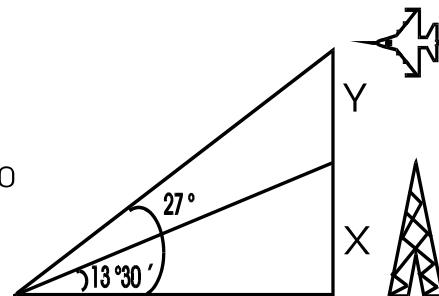
3.- Calcula "Y" de la figura **sin utilizar calculadora ni tablas** (sugerencia utiliza una identidad para el ángulo doble, utiliza:  $\tan 13^\circ 30' = 0.2401$ )



**PROBLEMA 1**



**PROBLEMA 2**



**PROBLEMA 3**

## TRIANGULOS OBLICUANGULOS.

Resuelve cada uno de los siguientes triángulos oblicuángulos ABC, dados:

- |  |   |
|--|---|
| 1. $c = 25$ , $A = 35^\circ$ y $B = 68^\circ$ .          | Sol. $a = 15$ , $b = 24$ , $C = 77^\circ$ .   |
| 2. $a = 62.5$ , $A = 112^\circ 20'$ y $C = 42^\circ 10'$ | Sol. $b = 29.1$ , $c = 45.4$ , $B = 25^\circ 30'$   |
| 3. $c = 628$ , $b = 480$ y $C = 55^\circ 10'$ .          | Sol. $B = 38^\circ 50'$ , $A = 80^\circ$ , $a = 764$ .  |
| 4. $a = 525$ , $c = 421$ y $A = 130^\circ 50'$ .         | Sol. $C = 37^\circ 35'$ , $B = 11^\circ 50'$ , $b = 142$ .  |
| 5. $a = 132$ , $b = 224$ y $C = 28^\circ 40'$ .          | Sol. $A = 30^\circ 30'$ , $B = 120^\circ 40'$ , $c = 125$ .   |
| 6. $a = 322$ , $c = 212$ y $B = 110^\circ 50'$ .         | Sol. $A = 42^\circ 40'$ , $C = 26^\circ 30'$ , $b = 44$ .   |
| 7. $a = 31.5$ , $b = 51.8$ y $A = 33^\circ 40'$ .        | Sol. i) $B = 65^\circ 40'$ , $C = 80^\circ 40'$ , $c = 56.1$<br>ii) $B = 114^\circ 20'$ , $C = 32^\circ$ , $c = 30.1$                 |
| 8. $a = 25.2$ , $b = 37.8$ y $c = 43.4$ .                | Sol. $A = 35^\circ 20'$ , $B = 60^\circ 10'$ , $C = 84^\circ 30'$   |
| 9. $a = 30.3$ , $b = 40.4$ y $c = 62.6$ .                | Sol. $A = 23^\circ 40'$ , $B = 32^\circ 20'$ , $C = 124^\circ$ .  |
| 10. $b = 86.425$ , $c = 73.463$ y $C = 49^\circ 18.9'$ . | Sol.. i) $a = 89.534$ , $B = 63^\circ 8.3'$ , $A = 67^\circ 32.8'$<br>ii) $a = 23.147$ , $B = 116^\circ 51.7'$ , $A = 13^\circ 49'$ . |

## APLICACIÓN DE LOS TRIANGULOS OBLICUANGULOS.

1.-Dos torres vigías están colocadas a una distancia de cinco millas entre si, en línea recta. Los observadores de cada torre ven un incendio e informan en términos de los ángulos de la figura.

- ¿Qué tan lejos está la torre B del fuego?
- ¿Qué tan cerca está el incendio del camino?

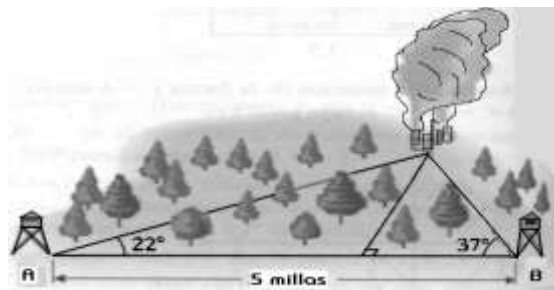


TABLA DE VALORES EXACTOS DE LAS FUNCIONES TRIGONOMETRICAS							
GRADOS	RADIANES	FUNCIONES					
		SENO	COSENO	TANGENTE	COTANGENTE	SECANTE	COSECANTE
0	$0\pi$	0	1	0	$\pm \infty$	1	$\pm \infty$
30	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	2
45	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
60	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	2	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$
90	$\frac{\pi}{2}$	0	1	$\pm \infty$	0	$\pm \infty$	1
120	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-2	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$
135	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	-1	$-\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$
150	$\frac{5}{6}\pi$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$	2
180	$\pi$	0	-1	0	$\pm \infty$	-1	$\pm \infty$
210	$\frac{7}{6}\pi$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$	-2
225	$\frac{5}{4}\pi$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1	$-\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$
240	$\frac{4}{3}\pi$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	-2	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$
270	$\frac{3}{2}\pi$	-1	0	$\pm \infty$	0	$\pm \infty$	-1
300	$\frac{5}{3}\pi$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	2	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$
315	$\frac{7}{4}\pi$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	-1	$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$
330	$\frac{11}{6}\pi$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\sqrt{3}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	-2
360	$2\pi$	0	1	0	$\pm \infty$	1	$\pm \infty$

LABORATORIO DE MATEMATICAS  
PRACTICA 3

1.- Desde lo alto de una montaña a 4800 m sobre el nivel del mar se halla que el ángulo de depresión del horizonte es de  $2^{\circ} 13' 50''$ . Hallar el diámetro de la tierra.

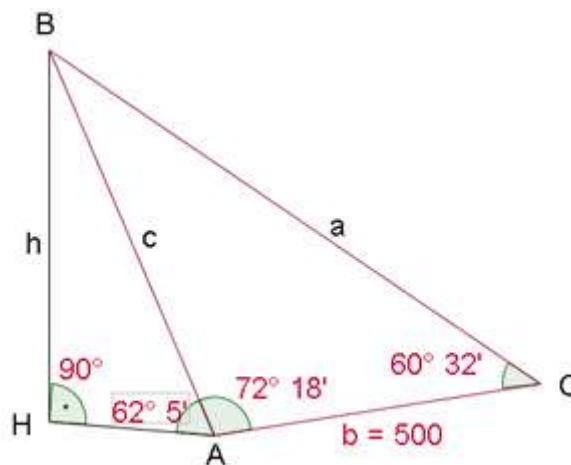
2.- Escribe las razones trigonométricas de un Angulo de  $3456^{\circ}$  en función de las de un ángulo positivo menor que  $45^{\circ}$

3.- Calcula la altura de una torre sabiendo que proyecta una sombra de 8 metros cuando los rayos del sol inciden sobre la tierra con un ángulo cuya tangente es  $1'6351$

4.-Resuelve el triángulo de datos:

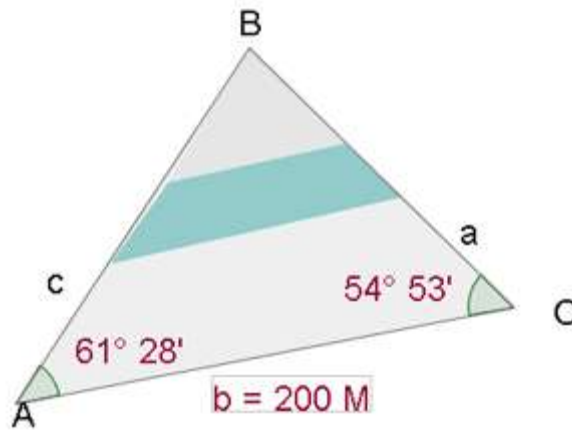
$$a = 15 \text{ m}, b = 22 \text{ m y } c = 17 \text{ m.}$$

5.-Calcula la altura, h, de la figura:

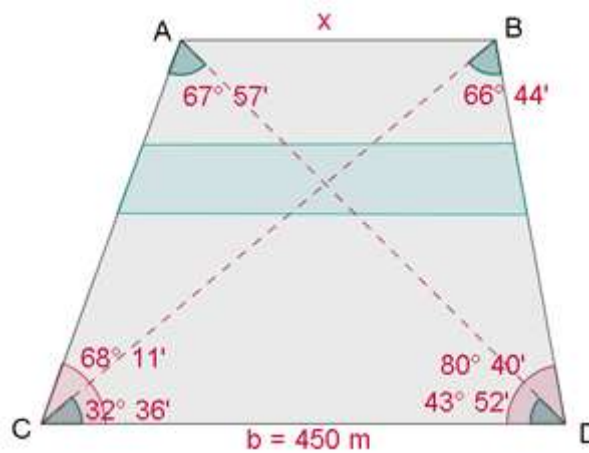


# GUIA DE GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA 1ER. EXAMEN

6.-Calcula la distancia que separa el punto A del punto inaccesible B.



7.-Calcula la distancia que separa entre dos puntos inaccesibles A y B.



8.-Calcular el radio del círculo circunscrito en un triángulo, donde  $A = 45^\circ$ ,  $B = 72^\circ$  y  $a=20\text{m}$ .

9.-El radio de una circunferencia mide 25 m. Calcula el ángulo que formarán las tangentes a dicha circunferencia, trazadas por los extremos de una cuerda de longitud 36 m.