

# GUIA DE GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRIA

PRIMER DEPARTAMENTAL  
TURNO MATUTINO

1.- Obtener el valor de x.

a)  $x = \log_5 5$

f)  $x = \log_9 3$

b)  $x = \log_4 16$

h)  $x = \log_a \sqrt{a}$

c)  $x = \log_{10} \frac{1}{10}$

i)  $x = \log_4 \frac{1}{16}$

d)  $x = \log 10^{\sqrt{2}}$

j)  $x = \log_2 2^5$

e)  $x = \log 0.0001$

2.- Calcula los valores de los logaritmos indicados.

a)  $\log 100 = l$

b)  $\log_{23} 529 = l$

c)  $\log_9 27 = l$

d)  $\log_9 81 = l$

e)  $\log_{15} 225 = l$

3.- Calcula el valor de b o N, según se indica:

a)  $\log_7 N = 3$

e)  $\log_b 64 = 6$

b)  $\log_b 49 = 2$

f)  $\log_5 N = 2$

c)  $\log_b 10 = 1$

g)  $\log_b 16 = 4$

d)  $\log N = 0$

h)  $\log_b 9 = \frac{2}{3}$

4.- Sean X, Y, Z números positivos. Emplea las propiedades de los logaritmos y desglosa las expresiones en función de logaritmos.

a)  $\log_5 XY^2Z^4 =$

d)  $\log_b \sqrt[4]{\frac{X^3Y^2}{Z^4}} =$

b)  $\log X^3(Y^2 + 5Z^3) =$

e)  $\log X \sqrt{YZ^3} =$

c)  $\log_3 \frac{\sqrt[3]{X}}{\sqrt[5]{YZ}} =$

5.- Utilizando las propiedades de los logaritmos, simplifica las siguientes expresiones, como un logaritmo.

a)  $\log_a x + \log_a y - \log_a z =$

b)  $\log_b xyz - 2\log_b w =$

c)  $\log_b (x+1) - \log_b (y-z) =$

d)  $\log_b (y^2 - 1) - \log_b (y+1) =$

e)  $\frac{1}{3}\log_a y - \frac{2}{5}\log_a z =$

6.- Usando logaritmos resuelve las siguientes operaciones.

a)  $(29.32)(50.75) =$

$$b) \frac{(96.7)(0.128)}{12.2} =$$

$$c) \frac{246}{(6.49)(12.7)} =$$

$$d) \sqrt[3]{496} =$$

$$e) \sqrt{\left[ \frac{(71.1)(6.95)}{(9.34)(8.15)} \right]^3} =$$

7.- Resuelve las siguientes ecuaciones.

$$a) 5^x = 625$$

$$c) 2^{2x-3} = 5^{x-2}$$

$$e) 2^{-x} = 8$$

$$g) \log_3(5x+1) = \log_3(x-3)$$

$$i) \log_4 4 + \log_4(x-6) = 2$$

$$k) \log_5(2x-1) = 2 - \log_5(2x+3)$$

$$b) 3^{x+4} = 2^{1-3x}$$

$$d) 3^{2-3x} = 4^{2x+1}$$

$$f) \log x = 1 - \log(x-3)$$

$$h) \log x - \log x^2 = 0$$

$$j) \log_2(x^2 - x - 6) - \log_2(x+2) = 2$$

$$l) \log_4(2x-5) = 1 - \log_4(x+1)$$

8.- Resuelve los siguientes sistemas:

$$a) \begin{cases} 2^{x-y} = 5 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 4^{x+2y} = 64 \\ 2x + 5y = 5 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2^{2x-3y} = 32 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 8^{x-y} = 3^x \\ 8^y = 2^{x-3} \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} e^{x+y} = e \\ e^{x+2y} = 2 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} \log x + \log y = 4 \\ \log 2x - \log 5y = 1 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} 5^{x-2y} = 100 \\ 3^{2x-y} = 10 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} 2^{x-y} = 5 \\ \log_3(x+2y) = 1 \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} \log_5(2x+5y) = 1 \\ 4^{x+2y} = 64 \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} 3^{x+y} = 9 \\ \log_4(3x+y) = 1 \end{cases}$$

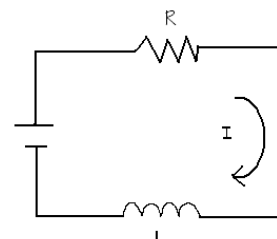
9.- Obtenga las gráficas de las siguientes funciones:

$$a) y = 2^x \quad b) y = 5^x + 3 \quad c) y = \text{Log}_2 x$$

10.- Desintegración del Radio: Si se comienza con  $q_0$  miligramos de radio, la cantidad  $q$  que queda al transcurrir  $t$  años es:  $q = q_0 2^{-t/1600}$ , despeje  $t$ .

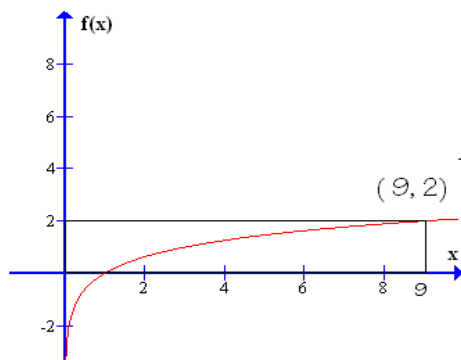
Si  $q_0 = 12$  mg calcule el tiempo  $t$  en que se tendrá sólo la mitad de  $q_0$ .

11.- Circuito eléctrico: En la figura se muestra un esquema de un circuito eléctrico simple formado por una resistencia y una bobina. La corriente  $I$ , en el instante  $t$  es  $I = 20e^{-Rt/L}$ , donde  $R$  es la resistencia y  $L$  es la inductancia, despeje  $t$  de esta ecuación.

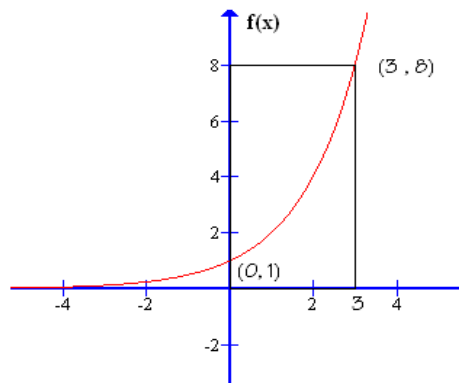


12.-En las siguientes graficas, escribe la formula de la función que le corresponde (utiliza una función exponencial o logarítmica)

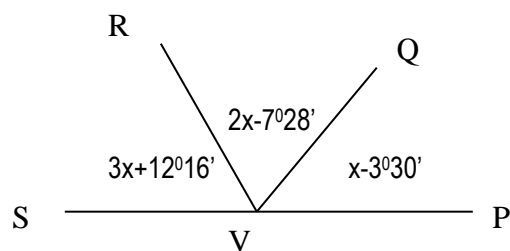
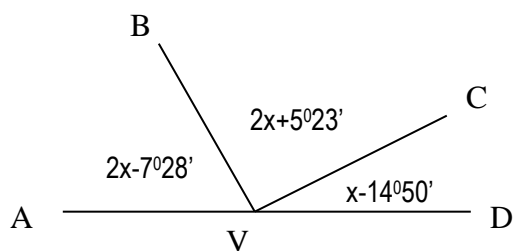
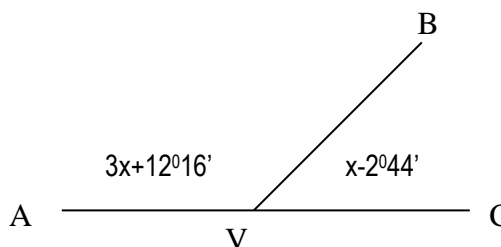
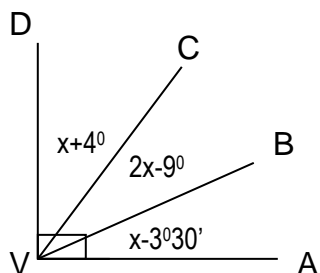
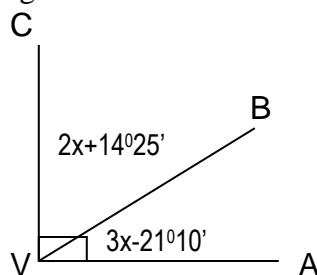
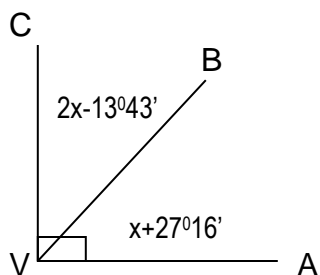
a)



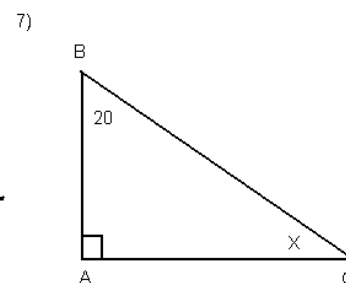
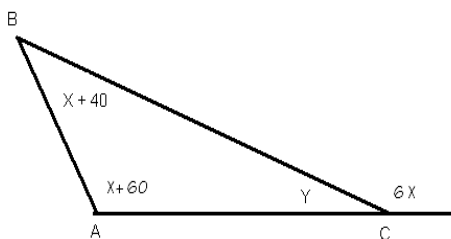
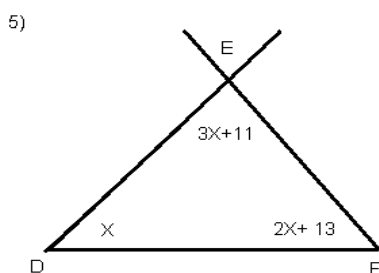
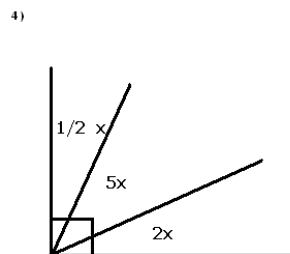
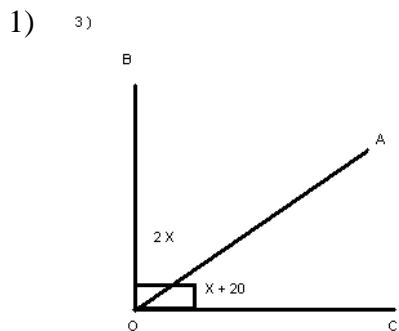
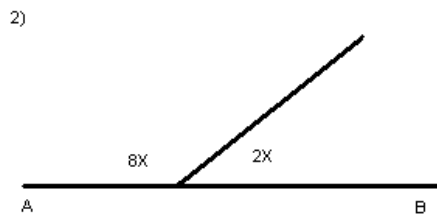
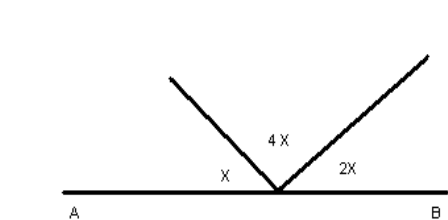
b)



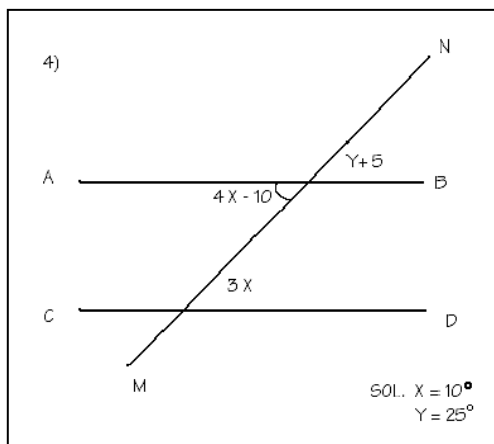
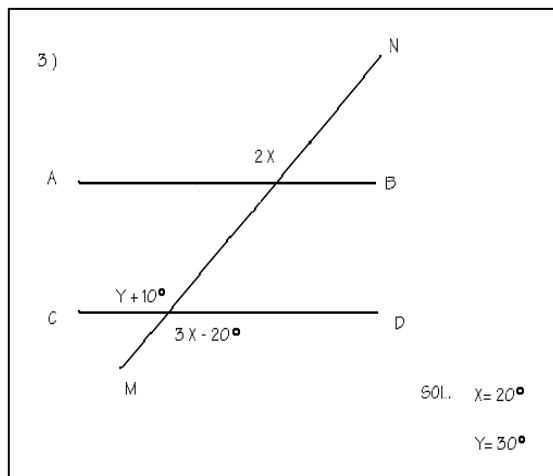
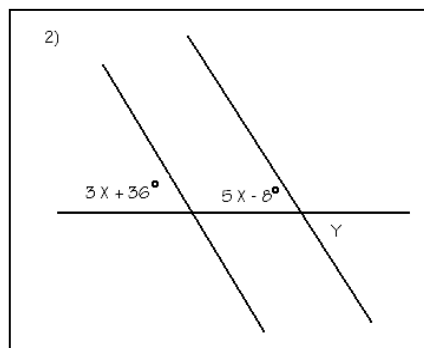
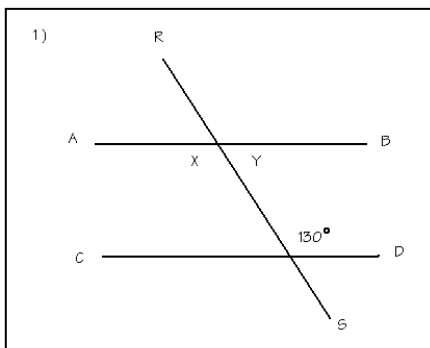
13- Encuentra el valor de cada ángulo, en las figuras siguientes:



14.-Encuentre la medida de cada ángulo:



15.-Calcule el valor de la incógnita:



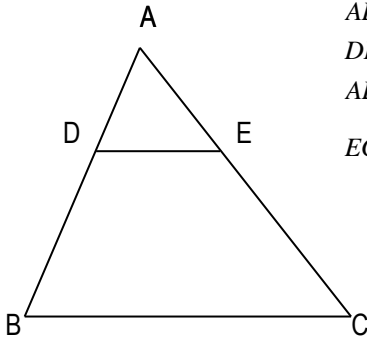
# GUIA DE GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRIA SEGUNDO DEPARTAMENTAL

## ACADEMIA DE MATEMATICAS TURNO MATUTINO

### TRIANGULOS SEMEJANTES

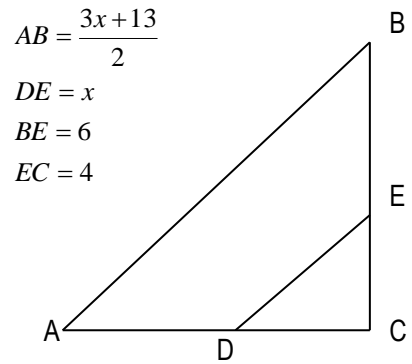
I.- Determina el valor de los lados que se solicitan en cada ejercicio.

a)



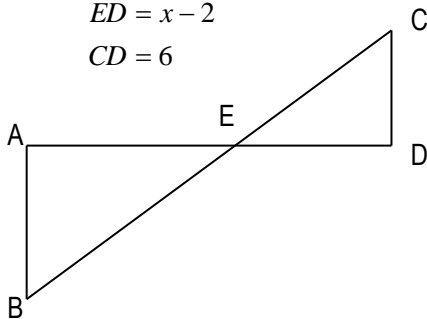
$$\begin{aligned} AD &= 4 \\ DB &= 7 \\ AE &= x \\ EC &= \frac{3x+3}{2} \end{aligned}$$

b)



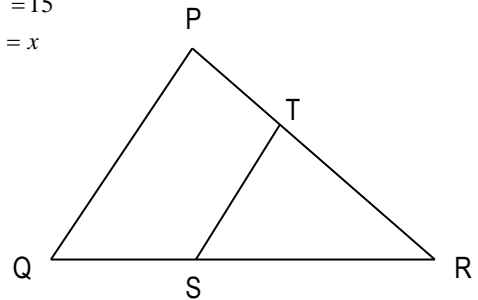
$$\begin{aligned} AB &= \frac{3x+13}{2} \\ DE &= x \\ BE &= 6 \\ EC &= 4 \end{aligned}$$

c)



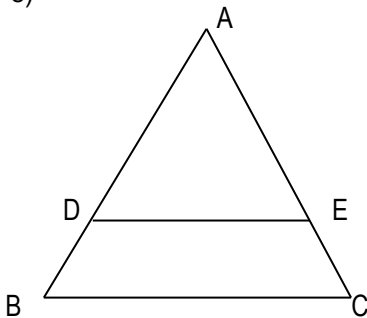
$$\begin{aligned} AB &= 19 \\ AE &= 2x+8 \\ ED &= x-2 \\ CD &= 6 \end{aligned}$$

d)



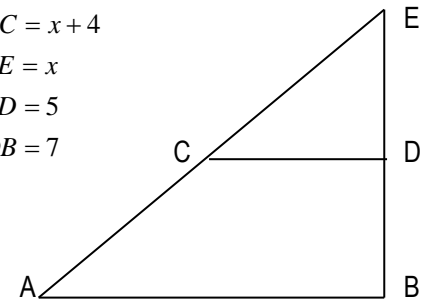
$$\begin{aligned} QS &= 20 \\ SR &= 25 \\ PT &= 15 \\ TR &= x \end{aligned}$$

e)



$$\begin{aligned} DB &= 14 \\ DA &= x \\ AE &= 30 \\ EC &= 16 \end{aligned}$$

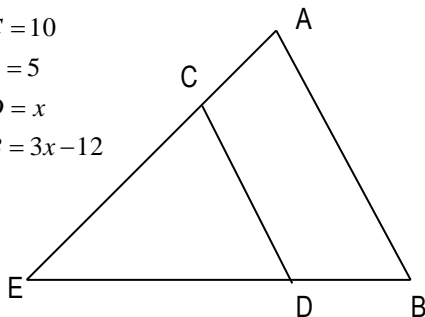
f)



$$\begin{aligned} AC &= x+4 \\ CE &= x \\ ED &= 5 \\ DB &= 7 \end{aligned}$$

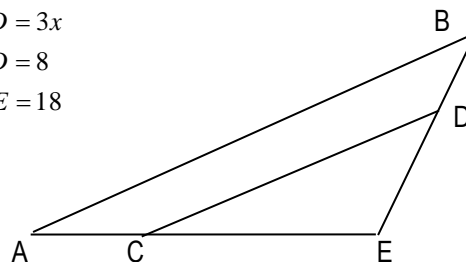
g)

$$\begin{aligned} EC &= 10 \\ CA &= 5 \\ CD &= x \\ AB &= 3x - 12 \end{aligned}$$



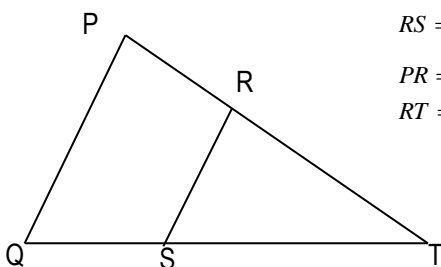
h)

$$\begin{aligned} AB &= 5x - 6 \\ CD &= 3x \\ BD &= 8 \\ DE &= 18 \end{aligned}$$



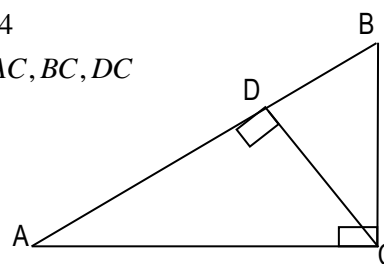
i)

$$\begin{aligned} PQ &= \frac{x+7}{2} \\ RS &= \frac{3x}{5} \\ PR &= 4 \\ RT &= 6 \end{aligned}$$



j)

$$\begin{aligned} AD &= 9 \\ DB &= 4 \\ \text{Calc. } AC, BC, DC \end{aligned}$$



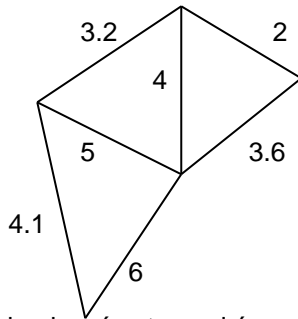
### TEOREMA DE PITAGORAS

- 1.- Se cuenta con una escalera de 25 metros y se desea subir al extremo de una torre de 21.6 metros de altura. ¿A que distancia se necesita colocar la base de la escalera para que el otro extremo coincida con la punta de la torre?
- 2.- Una escalera de 13 metros se apoya en un muro de un edificio. Si el pie de la escalera esta a 5 metros de la base del edificio. ¿A que altura toca el edificio?
- 3.- Una rampa cubre 3 metros de terreno, si la rampa tiene 4 metros de largo. ¿Qué tanto se eleva?
- 4.- Un satélite de transmisiones se encuentra a 90 mil metros sobre una estación de radio X, si otra estación de radio Y, se encuentra a una distancia de 50 mil metros de la estación X. ¿Qué distancia hay del satélite a la estación Y?
- 5.- Calcular la altura de un triángulo isósceles, si su base mide 70 cm, y cada uno de sus lados iguales mide 50 cm.
- 6.- Calcular la longitud de la diagonal de un cuadrado, cuyos lados miden 5 metros.
- 7.- La diagonal de un rectángulo tiene 5 metros más que su base, y 10 metros más que su altura. ¿Cuáles son sus dimensiones?
- 8.- En un triángulo rectángulo, un cateto mide 20 cm y el otro cateto mide 12 cm menos que la hipotenusa. ¿Calcular el valor de estos lados?

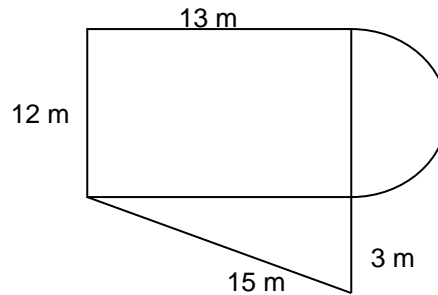
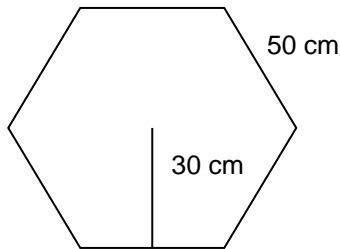
- 9.- La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 56 cm, y un cateto mide 17 cm más que el otro. Calcular la longitud de los catetos.
- 10.- El área de un triángulo rectángulo es de 88 cm cuadrados, y un cateto es mayor que el otro por 5 cm. Calcular la longitud de sus lados.
- 11.- La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 20 cm, y la suma de las longitudes de sus catetos es de 28 cm. Calcular la longitud de sus catetos.
- 12.- El área de un triángulo rectángulo es de 45 cm cuadrados, la suma de sus catetos es de 21 cm. Calcular la longitud de sus lados.

### PERIMETROS, AREAS Y VOLUMENES

- 1.- Calcula el perímetro y el área de un terreno que tiene las dimensiones de la figura.



- 2.- Calcula el perímetro y el área de las siguientes figuras.



- 4.- Una pecera rectangular tiene 5 cm de ancho y 12 de longitud y contiene agua hasta una profundidad de 7 cm. Se mete un pez y el nivel del agua sube 1.7 cm. ¿Cuál es el volumen del pez?
- 5.- Un depósito de agua en forma esférica de 3 m de radio. Calcula su volumen.

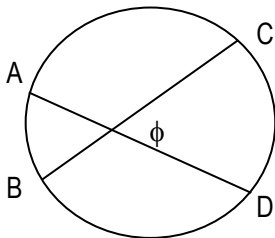
## POLÍGONOS

- 1.- Determina los elementos e indica que polígono regular tiene sus ángulos interiores de  $140^\circ$ .
- 2.- Calcular el número de diagonales que se pueden trazar desde un vértice de un pentágono, un octágono y un nonánogo.
- 3.- Determinar los elementos de un polígono regular, en el cual se pueden trazar 42 diagonales más que sus lados.
- 4.- Determinar los elementos de un polígono regular, en el cual se pueden trazar 52 diagonales más que sus lados.
- 5.- Determinar los elementos de un polígono regular, en el que se pueden trazar 152 diagonales totales.
- 6.- En un polígono regular en el que se pueden trazar 14 diagonales totales, encontrar sus elementos y que nombre recibe el polígono.
- 7.- El número de diagonales totales de un polígono regular es el triple, que su número de lados. ¿De que polígono se trata? Y determina sus elementos.

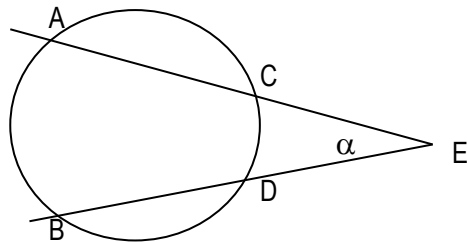
## CIRCUNFERENCIA Y CIRCULO.

De las siguientes figuras, calcula el valor de los ángulos que se indican, en grados, minutos y segundos.

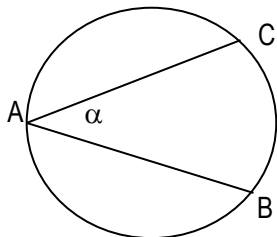
1.-Datos:  $r=30$  cm,  $AB=14$  cm,  $CD=80$  cm



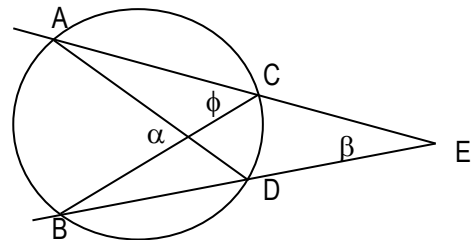
2.-Datos:  $r=40$  cm,  $AB=110$  cm,  $CD=35$  cm



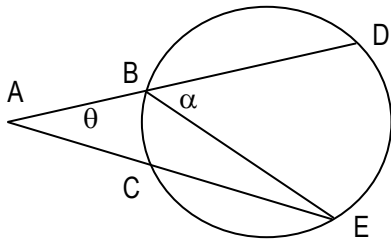
3.-Datos:  $r=23$  cm,  $BC=32$  cm



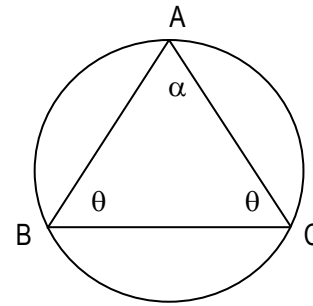
4.-Datos:  $r=24$  cm,  $AB=54$  cm,  $CD=20$  cm



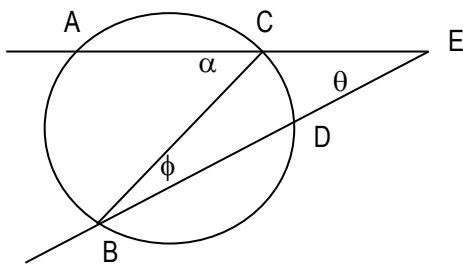
5.-Datos:  $r=50$  cm,  $BC=25$  cm,  $DE=90$  cm,



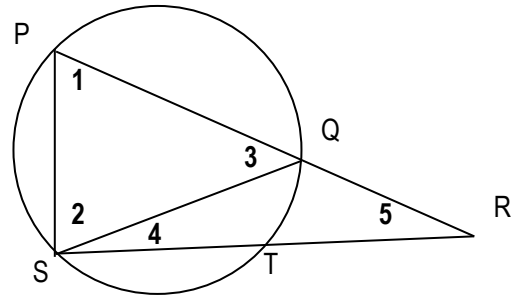
6.-Datos:  $r=25$  cm,  $AB=42$  cm,  $AC=42$  cm



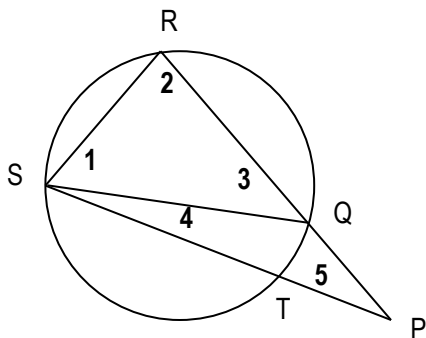
7.-Datos:  $r=60$  cm,  $AB=85$  cm,  $CD=37$  cm,



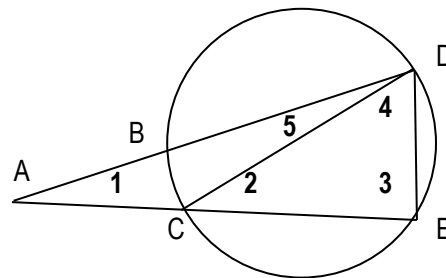
8.-Datos:  $r=35$  cm,  $PS=63$  cm,  $QT=27$  cm  
 $PQ=72$  cm



9.-Datos:  $r=15$  cm,  $RS=22$  cm,  $QT=5$  cm,  
 $QR=40$  cm



10.-Datos:  $r=22$  cm,  $BC=15$  cm,  $DE=38$  cm  
 $CE=46$  cm



## FUNCIONES TRIGONOMETRICAS

Dada una función Trigonométrica, hallar las demás.

1.  $\cos A = \frac{4}{5}$

2.  $\tan \phi = -\frac{6}{10}$

3.  $\sin \beta = \frac{2}{3}$

4.  $\sin \phi = \frac{1}{\sqrt{2}}$

5.  $\sec \phi = -2$

6.  $\cos \alpha = \frac{1}{3}$

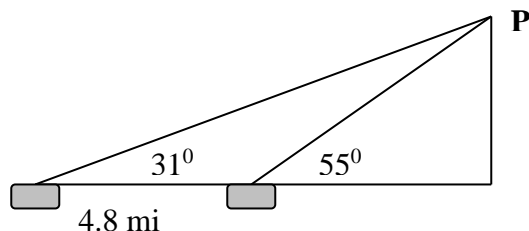
7.  $\sec \beta = 4$

8.  $\tan \theta = -1$

9.  $\csc \theta = -\frac{4\sqrt{7}}{7}$

Aplicando funciones trigonométricas, resuelve los siguientes triángulos rectángulos.

- 1.- Si los catetos a y b, valen 44.6 cm y 43.1 cm, respectivamente. Hallar el valor de los ángulos A y B y la longitud de la hipotenusa.
- 2.- Si el cateto a=11.5 cm y la hipotenusa c=20.4 cm. Hallar el valor de los ángulos A y B y la longitud del cateto b.
- 3.- Si el ángulo A=30°10' y su cateto opuesto vale 13.5 cm. Hallar al valor del ángulo B y los otros lados.
- 4.- Si el ángulo B=36°25', y su cateto adyacente mide 70 cm. Determinar el valor del ángulo A y la longitud de los otros lados.
- 5.- Si el ángulo A mide 42°50', y la hipotenusa 17 cm. Calcula la longitud de los catetos.
- 6.- El ángulo que forma una cuerda tensa de una cometa con la horizontal es de 38°. Encuentra a que altura se encuentra el cometa, si se ha soltado 120 metros de cuerda.
- 7.- En un triángulo isósceles, sus lados iguales miden 70 cm y cada uno de sus ángulos iguales mide 54°25'. Encuentre la altura y la longitud de su base.
- 8.- Una escalera de 8 metros de largo se coloca contra un edificio, formando un ángulo de 61° con respecto al piso.
  - a) ¿A que altura estará la parte superior de la escalera sobre el edificio?
  - b) ¿Qué tan lejos esta la parte inferior de la escalera, respecto a la pared del edificio?
- 9.- Desde un acantilado que tiene una altura de 70 metros, una persona observa un bote, con un ángulo de 18°20', con respecto a la horizontal. Determina a que distancia esta el bote a la base del acantilado y la distancia con respecto al observador.
- 10.- Un bote está navegando a lo largo de una costa con un curso recto. Se avisa un punto rocoso en un ángulo de 31° respecto de la ruta. Después de seguir 4.8 millas, se hace otra inspección ocular y se descubre que el punto está a 55° respecto de la ruta. ¿Qué tan cerca estará el bote del punto?



TRIGONOMETRÍA

Funciones trigonométricas

I.-Dada la función Trigonométrica, hallar las demás.

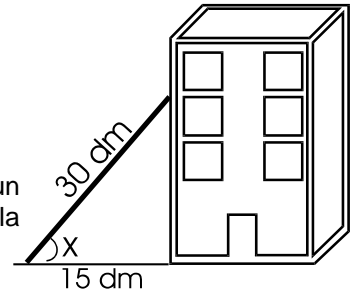
- 1.  $\text{Cos}A = \frac{4}{5}$
- 2.  $\text{Tan}\phi = -\frac{6}{10}$
- 3.  $\text{Sen}\beta = \frac{2}{3}$
- 4.  $\text{Sen}\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}$
- 5.  $\text{Sec}\phi = -2$
- 6.  $\text{Cos}\alpha = \frac{1}{3}$
- 7.  $\text{Sec}\beta = 4$
- 8.  $\text{Tan}\theta = -1$
- 9.  $\text{Csc}\theta = -\frac{4\sqrt{7}}{7}$

II.- sin utilizar calculadora ni tablas trigonométricas complete la siguiente tabla

Función trigonométrica	0°	30°	45°	60°	90°	120°
Sen $\theta$						
Cos $\theta$						
Tan $\theta$						

III.- APLICACIONES

1.- Una escalera de 30 decímetros de largo esta apoyada sobre una pared de un edificio, estando su base a 15 decímetros del edificio ¿Qué ángulo forma la escalera con el piso?



2.- Calcule la longitud total del tobogán que se muestra en la figura. (línea obscura)

3.-Se requiere construir un puente de tal forma que se van a construir dos terraplenes para ahorra costos, y sobre ellos mediante estructuras prefabricadas, se colocara el puente ¿Cuál es la longitud del puente?(línea obscura)

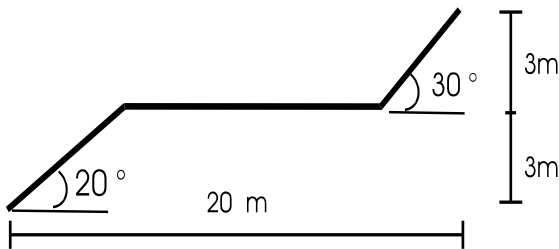


Figura para el Problema 2

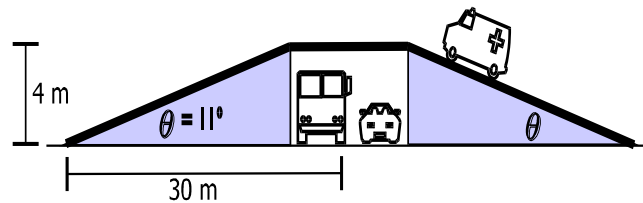
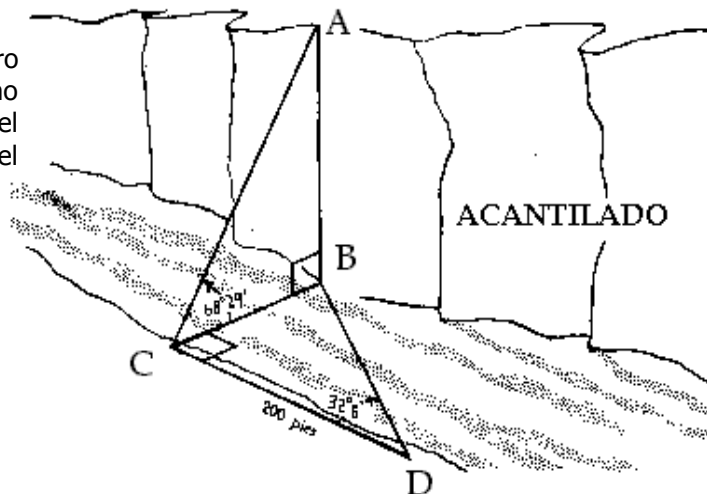


Figura para el Problema 3

4.-Suponga que esta usted en un punto C del otro lado del río que pasa a un acantilado AB. Usted no puede medir CB. Desde el punto C, usted mide el ángulo ACB de 68° 24' y CD = 200 pies. En el punto D mide el ángulo CDB de 32° 6'.

- a) Calcule el ancho CB del río.
- b) Calcule la altura AB del acantilado.



#### IV.- Funciones trigonométricas en distintos cuadrantes

1.-Represente mediante un dibujo los siguientes ángulos que se indican y encuentre el valor de las funciones trigonométricas seno coseno y tangente, sin utilizar calculadora ni tablas.

- a)  $\theta = 120^\circ$       b)  $\theta = 225^\circ$       c)  $\theta = 240^\circ$       d)  $\theta = 495^\circ$       e)  $\theta = 750^\circ$

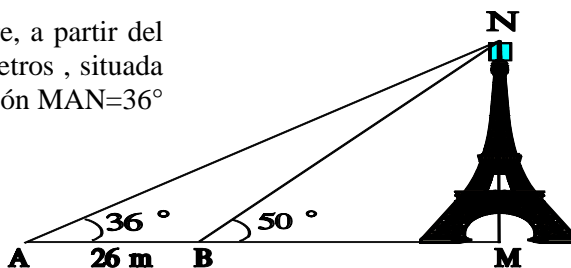
2.-Obtenga el valor de la función trigonométrica indicada, sin utilizar calculadora ni tablas:

- a)  $\cos 7\pi$       b)  $\sin 14\pi/3$       c)  $\cos (9\pi/4)$       d)  $\tan 5\pi/4$

#### ÁNGULOS DE ELEVACION Y DEPRESION.

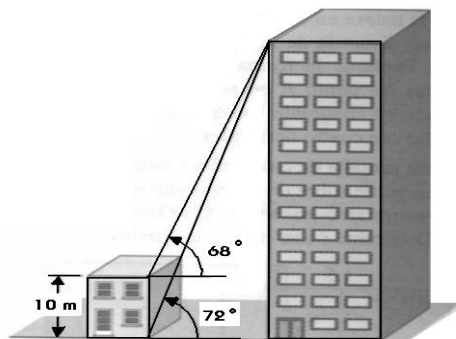
- Desde un punto sobre el piso, localizado a 120m, de la Torre Eiffel se observa que el ángulo de elevación a la punta de la torre es de  $68^\circ$ . Determina la altura de la torre.
- Desde la punta de una roca que se eleva verticalmente 240m fuera del agua, se observa un ángulo de depresión de  $30^\circ$  con respecto a un bote. Hallar la distancia del bote al pie de la roca.
- Un alumno mide 1.75m de alto, debido al sol proyecta una sombra de 2.35m. ¿Determina el valor del ángulo que forman los rayos del sol y la tierra?.
- Un cable esta sujeto a lo alto de una antena de radio y a un punto en el suelo que esta a 26.32m de la base de la antena. Si el alambre hace un ángulo de  $58^\circ 20'$  con el suelo, calcula la longitud del alambre.
- La Gran Pirámide de Egipto mide 147m de altura, con una base cuadrada de 230m por lado. Determina el ángulo que se forma cuando un observador se sitúa en el punto medio de uno de los lados y observa la cúspide de la pirámide.
- Para medir la altura de una capa de nubes, un estudiante de meteorología dirige la luz de un faro verticalmente hacia las nubes, Desde un punto que esta a 1000m del faro, mide un ángulo de elevación de  $62^\circ 43'$  al centro del haz luminoso que se forma en las nubes.

7.-Con el objetivo de medir la altura de una torre, a partir del punto A se ha medido una distancia AB de 26 metros , situada en el plano vertical MNA y los ángulos de elevación  $\angle MAN = 36^\circ$  y  $\angle MBN = 50^\circ$ . Calcule la altura de la torre.



Resp.  $MN = 48.39\text{m}$ .

8.-Una casa que tiene una altura de 10m se localiza al lado de un edificio el ángulo de elevación del edificio de oficinas desde el piso es  $72^\circ$  y desde la parte superior de la casa es de  $68^\circ$ . ¿Qué altura tiene el edificio de oficinas? ¿Cuánto están separados?



9.- Desde lo alto de un edificio con vista al mar, un observador avista una lancha que navega directamente hacia el edificio. Si el observador esta a 34m snm (sobre el nivel del mar) y el ángulo de depresión de la lancha cambia de  $23^\circ 18'$  a  $38^\circ$  durante el periodo de observación, calcula la distancia que recorre la lancha.

10.- A medida que un globo de aire caliente sube, su ángulo de elevación desde un punto al nivel del suelo situado a 110 km de distancia con respecto a la horizontal del globo, cambia de  $22^\circ 40'$  a  $33^\circ 50'$ . ¿Aproximadamente cuanto sube el globo durante este periodo?

## APLICACIONES DE LA TRIGONOMETRÍA

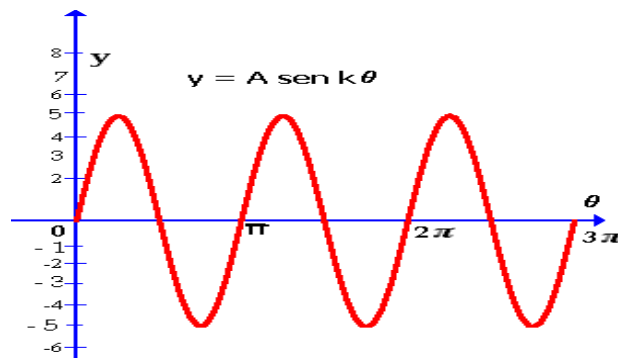
1. Un generador por viento produce corriente alterna, la cual se calcula mediante la siguiente ecuación  $I=50\cos(120 \pi t + 45 \pi)$ ,  $I$ = corriente en amperes,  $t$  = tiempo en segundos. ¿Cuál es la corriente cuando  $t=1.09$  segundos?
2. Un objeto que se encuentra en el extremo de un resorte vertical se desplaza hacia abajo 4 cm más allá de su posición de reposo, se estira el resorte, y se deja en libertad en un instante  $t=0$ . Su posición en un instante  $t$  esta dado por la fórmula  $s = 4 \cos t$ . Encuentre la posición del objeto en  $t=1$ seg después de iniciarse el movimiento. ¿En que tiempo alcanza 2cm de distancia después de haberse iniciado el movimiento ?
3. En una maquina el brazo de la biela gira en sentido contrario a las manecillas del reloj 200 veces por minuto. La velocidad horizontal (pulgadas/min) de un punto  $p$  viene dada por  $v=-1200 \pi \sin \theta$ . ¿Qué velocidad tendrá el punto "p" 3seg después de haberse iniciado el movimiento?

## GRAFICAS DE LAS FUNCIONES TRIGONOMETRICAS

Obtenga la grafica de las siguientes funciones trigonométricas

1.  $y = 2 \sin x$ ,  $0 \leq x \leq 360^\circ$
2.  $y = 3 \sin 2 \theta$ ,  $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$
3.  $y = 5 \cos 2 x$ ,  $-\pi/4 \leq x \leq 2\pi$
- 4.- Grafique la función: a)  $y = 4 \sin x$ ,  $0 \leq x \leq 4\pi$  b)  $y = 2 + \sin x$  c)  $y = 4 \sin 3x$
- 5.- Grafique la función: a)  $y = x \sin x$  b)  $y = x^2 \sin x$  c)  $y = e^x \sin x$
- 6.- De la siguiente gráfica., que corresponde a  $y = A \sin k \theta$ . Obtenga lo siguiente:

- a) Amplitud
- b) Periodo
- c) Valores de  $\theta$  en donde  $y = 0$
- d) Valores de  $\theta$  en donde  $y = 5$
- e) Valores de  $\theta$  en donde  $y = -5$



## IDENTIDADES TRIGONOMETRICAS.

Verifica las siguientes identidades:

1.  $\sin A \cot A = \cos A$
2.  $\sec \theta - \tan \theta \sin \theta = \cos \theta$
3.  $(1 - \sin^2 A)(1 + \tan^2 A) = 1$
4.  $\cos A \tan A = \sin A$
5.  $\text{Ctg}^2 \theta + \text{Ctg}^4 a = \text{Csc}^4 \theta - \text{Csc}^2 \theta$
6.  $\cot x + \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \csc x$
7.  $\csc^2 \theta \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$
8.  $\frac{\tan^2 a}{1 + \tan^2 a} \cdot \frac{1 + \text{Ctg}^2 a}{\text{Ctg}^2 a} = \sin^2 a \sec^2 a$
9.  $\frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{\tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$
10.  $\sin^2 A (1 + \text{Ctg}^2 A) = 1$
11.  $(\cos \theta - \sin \theta) (\csc \theta - \sec \theta) = \sec \theta \csc \theta - 2$
12.  $1 - \frac{\cos^2 \theta}{1 + \sin \theta} = \sin \theta$

$$13. \frac{1}{\sec^2 A} + \frac{1}{\csc^2 A} = 1$$

$$14. \frac{\sec^2 a \operatorname{Ctg} a}{\csc^2 a} = \operatorname{Tan} a$$

$$15. \frac{1 - 2\cos^2 B}{\operatorname{Sen} B \operatorname{Cos} B} = \operatorname{Tan} B - \operatorname{Cot} B$$

$$16. \operatorname{Csc} A \operatorname{Sec} A = \operatorname{Cot} A + \operatorname{Tan} A$$

$$17. \operatorname{Sen}^2 \emptyset + \operatorname{Sen}^2 \emptyset \operatorname{Tan}^2 \emptyset = \operatorname{Tan}^2 \emptyset$$

$$18. \frac{\operatorname{Sen} \alpha}{1 + \operatorname{Cos} \alpha} + \operatorname{Cot} \alpha = \operatorname{Csc} \alpha$$

$$19. \frac{1 - \operatorname{Tan}^2 A}{1 + \operatorname{Tan}^2 A} = 2\operatorname{Cos}^2 A$$

$$20. \frac{\operatorname{Sen} \beta}{1 - \operatorname{Cos} \beta} = \frac{1 + \operatorname{Cos} \beta}{\operatorname{Sen} \beta}$$

### IDENTIDADES DE DOS ÁNGULOS

$$1. \frac{\operatorname{Sen} 2\phi}{\operatorname{Sen} \phi} - \frac{\operatorname{Cos} 2\phi}{\operatorname{Cos} \phi} = \operatorname{Sec} \phi$$

$$6. \operatorname{Sen} \left( \frac{3\pi}{2} + \phi \right) = -\operatorname{Cos} \phi$$

$$2. (1 - 2\operatorname{Sen}^2 \phi)^2 = 1 - \operatorname{Sen}^2 2\phi$$

$$7. \operatorname{Tan}(\phi - 45^\circ) = \frac{\operatorname{Tan} \phi - 1}{\operatorname{Tan} \phi + 1}$$

$$3. \frac{\operatorname{Cos} 2\alpha}{\operatorname{Sen} \alpha \operatorname{Cos} \alpha} = \frac{1 - \operatorname{Tan}^2 \alpha}{\operatorname{Tan} \alpha}$$

$$8. \operatorname{Cos} \left( \frac{\pi}{2} + \beta \right) = -\operatorname{Sen} \beta$$

$$4. \operatorname{Sen}(\pi + A) = -\operatorname{Sen} A$$

$$9. \operatorname{Sen}(A + 30^\circ) + \operatorname{Cos}(A + 60^\circ) = \operatorname{Cos} A$$

$$5. \operatorname{Tan} B \operatorname{Sen} 2B = 2\operatorname{Sen}^2 B$$

$$10. \operatorname{Sen}(\alpha + \beta) - \operatorname{Sen}(\alpha - \beta) = 2\operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Sen} \beta$$

### ECUACIONES TRIGONOMETRICAS.

Resuelve cada una de las siguientes ecuaciones para todos los valores del ángulo entre 0 y 360°:

$$1. 2 \operatorname{Sen} \theta = \operatorname{Csc} \theta$$

$$\text{Sol. } 45^\circ, 135^\circ$$

$$8. (\operatorname{Tan} \theta - 1)(4\operatorname{Sen}^2 \theta - 3) = 0$$

$$\text{Sol. } 45^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 225^\circ, 240^\circ, 300^\circ$$

$$2. \operatorname{Tan} \theta = 3 \operatorname{Ctg} \theta$$

$$\text{Sol. } 60^\circ, 240^\circ$$

$$9. \sqrt{2} \operatorname{Cos} \theta = \operatorname{Ctg} \theta$$

$$\text{Sol. } 45^\circ, 135^\circ$$

$$3. \operatorname{Sec} \theta - \operatorname{Csc} \theta = 0$$

$$\text{Sol. } 45^\circ, 225^\circ$$

$$10. 2(\operatorname{Cos}^2 \theta - \operatorname{Sen}^2 \theta) = 1$$

$$\text{Sol. } 30^\circ, 150^\circ, 210^\circ, 330^\circ$$

$$4. 2 \operatorname{Sen}^2 \theta = 3 \operatorname{Cos} \theta$$

$$\text{Sol. } 60^\circ, 300^\circ$$

$$11. \operatorname{Tan} \theta = 4 - 3 \operatorname{Ctg} \theta$$

$$\text{Sol. } 45^\circ, 71^\circ 33' 54'', 225^\circ, 251^\circ 33' 54''$$

$$5. \operatorname{Sec} \theta = 4 \operatorname{Cos} \theta$$

$$\text{Sol. } 60^\circ, 120^\circ, 240^\circ$$

$$12. \operatorname{Cos} 2\theta + \operatorname{Cos} \theta + 1 = 0$$

$$\text{Sol. } 90^\circ, 120^\circ, 240^\circ, 270^\circ$$

$$6. 2\operatorname{Sen}^2 A - \operatorname{Cos} A = 1$$

$$\text{Sol. } 60^\circ, 180^\circ, 300^\circ$$

$$13. \operatorname{Cos} \phi + \operatorname{Cos} 2\phi = 0$$

$$\text{Sol. } 0^\circ, 120^\circ, 240^\circ$$

$$7. \operatorname{Sen} 2\theta + \operatorname{Sen} \theta = 0$$

$$\text{Sol. } 0^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 240^\circ$$

$$14. \operatorname{Sen} 2A = \operatorname{Cos} A$$

$$\text{Sol. } 30^\circ, 90^\circ, 150^\circ, 270^\circ$$

$$15. \operatorname{Sen}^2 \theta + 2 \operatorname{Cos} \theta = -2$$

$$\text{sol. } 180^\circ$$

$$16. \operatorname{Sen} 2w = \operatorname{sen} w$$

$$\text{Sol. } 0, \pi/3, \pi, 5\pi/3$$

17.  $\tan(x/2) - 1 = 0$  sol.  $\pi/2$     18.  $4 \cos^2 2\theta - 4 \cos 2\theta + 1 = 0$  Sol.  $\pi/6, 5\pi/6, 7\pi/6, 11\pi/6$

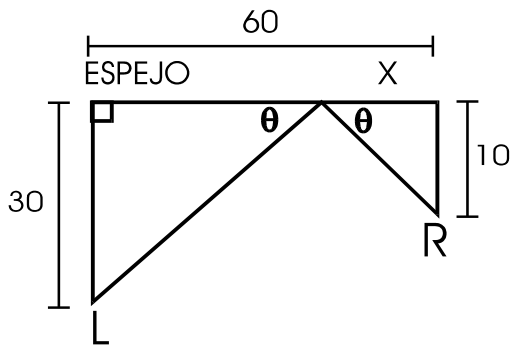
**Aplicación en donde surgen ecuaciones e Identidades Trigonométricas**

1.-Tomas y Juan se perdieron en el desierto a 1 Km. De la carretera en el punto A. Cada uno tomo una dirección diferente para encontrar la carretera. Tomas llego a la carretera en el punto B y Juan llego en el C,  $1 + \sqrt{3}$  Km. Más adelante en el camino. Escriba una ecuación para el ángulo  $\theta$  y resuélvala.

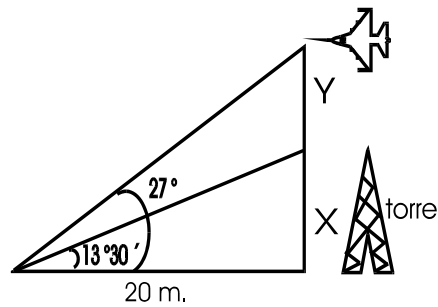
2.-Un rayo de luz de la lámpara L se refleja en un espejo al objeto R (LOS DATOS ESTAN EN PULGADAS).

- a) Encuentre la distancia x.
- b) Encuentre una ecuación para el ángulo  $\theta$ .
- c) Resuelva la ecuación.

3.- Calcula "Y " de la figura sin utilizar calculadora ni tablas (sugerencia utiliza una identidad para el ángulo doble, también utilice:  $\tan 13^\circ 30' = 0.2401$ )



PROBLEMA 2



PROBLEMA 3

**TRIANGULOS OBLICUANGULOS.**

Resuelve cada uno de los siguientes triángulos oblicuángulos ABC, dados:

1.  $c = 25$ ,  $A = 35^\circ$  y  $B = 68^\circ$  .

Sol.  $a = 15$  ,  $b = 24$  ,  $C = 77^\circ$ .

2.  $a = 62.5$  ,  $A = 112^\circ 20'$  y  $C = 42^\circ 10'$

Sol.  $b = 29.1$  ,  $c = 45.4$  ,  $B = 25^\circ 30'$

3.  $c = 628$  ,  $b = 480$  y  $C = 55^\circ 10'$ .

Sol.  $B = 38^\circ 50'$ ,  $A = 80^\circ$ ,  $a = 764$  .

4.  $a = 525$  ,  $c = 421$  y  $A = 130^\circ 50'$ .

Sol.  $C = 37^\circ 35'$ ,  $B = 110^\circ 50'$ ,  $b = 142$ .

5.  $a = 132$  ,  $b = 224$  y  $C = 28^\circ 40'$ .

Sol.  $A = 30^\circ 30'$ ,  $B = 120^\circ 40'$ ,  $c = 125$ .

6.  $a = 322$  ,  $c = 212$  y  $B = 110^\circ 50'$ .

Sol.  $A = 42^\circ 40'$  ,  $C = 26^\circ 30'$  ,  $b = 44$ .

7.  $a = 31.5$ ,  $b = 51.8$  y  $A = 33^\circ 40'$ .

Sol. i)  $B = 65^\circ 40'$ ,  $C = 80^\circ 40'$ ,  $c = 56.1$   
 ii)  $B = 114^\circ 20'$ ,  $C = 32^\circ$ ,  $c = 30.1$

8.  $a = 25.2$  ,  $b = 37.8$  y  $c = 43.4$ .

Sol.  $A = 35^\circ 20'$ ,  $B = 60^\circ 10'$ ,  $C = 84^\circ 30'$

9.  $a = 30.3$ ,  $b = 40.4$  y  $c = 62.6$ .

Sol.  $A = 23^\circ 40'$ ,  $B = 32^\circ 20'$ ,  $C = 124^\circ$ .

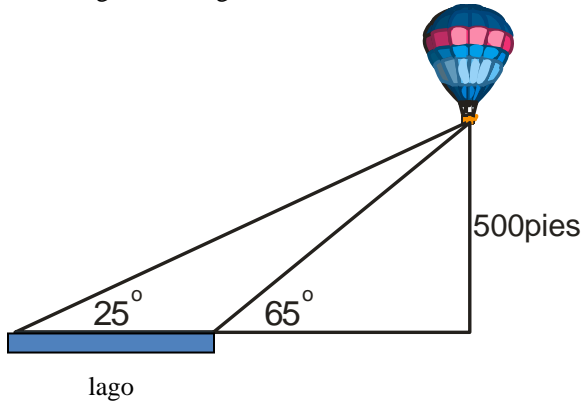
10.  $b = 86.425$ ,  $c = 73.463$  y  $C = 49^\circ 18.9'$ .

Sol.. i)  $a = 89.534$ ,  $B = 63^\circ 8.3'$ ,  $A = 67^\circ 32.8'$   
 ii)  $a = 23.147$ ,  $B = 116^\circ 51.7'$ ,  $A = 13^\circ 49.4'$

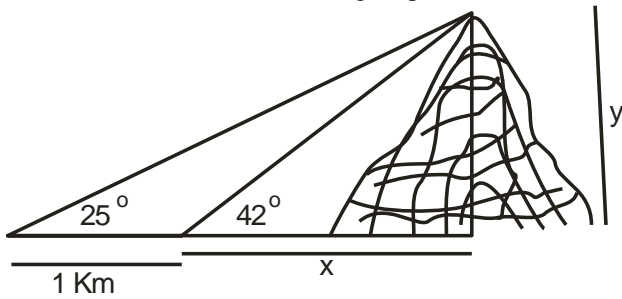
## APLICACIÓN DE LOS TRIANGULOS OBLICUANGULOS.

1.-Desde un globo estacionario de aire caliente, situado a 500 pies sobre el suelo, se tienen dos observaciones de un lago. ¿Cuál es la longitud del lago?

Resp839.1pies



2.- Utilice la información de la figura para calcular la altura de la montaña.



3.-Dos torres vigías están colocadas a una distancia de cinco millas entre si, en línea recta. Los observadores de cada torre ven un incendio e informan en términos de los ángulos de la figura.

- ¿Qué tan lejos esta la torre B del fuego?
- ¿Qué tan cerca esta el incendio del camino?

