GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA

1er. PARCIAL

TURNO VESPERTINO

1. Cambia las siguientes expresiones exponenciales a su forma logarítmica.

a) $4^3 = 64$	R. $\log_4 64 = 3$
b) $2^7 = 128$	R. $\log_2 128 = 7$
c) $10^{-2} = 0.01$	R $\log 0.01 = -2$
d) $10^{0.3010} = 2$	R. $\log 2 = 0.3010$
e) $9^{\frac{1}{2}} = 3$	R. $\log_9 3 = \frac{1}{2}$
f) $4^{\frac{5}{2}} = 32$	R. $\log_4 32 = \frac{5}{2}$
g) $a^x = b$	R. $\log_a b = x$

2. Cambia las siguientes expresiones logarítmicas a su forma exponencial.

a) $\log_3 81 = 4$	R. $3^4 = 81$
b) $\log 1{,}000 = 3$	R. $10^3 = 1{,}000$
c) $\log_4 8 = 1.5$	R. $4^{1.5} = 8$
d) $\log_{32} 2 = 0.2$	R. $32^{0.2} = 2$
e) $\log_2 0.125 = -3$	R. $2^{-3} = 0.125$
f) $\log_a 8 = x$	R. $a^x = 8$

3. Cambia las siguientes expresiones a su forma exponencial, para hallar el valor desconocido.

a) $\log_7 N = 2$	R. N = 49
b) $\log_9 N = \frac{1}{2}$	R. N = 3
c) $\log_5 125 = L$	R. L = 3
d) $\log_6 3 = L$	R. L = 0.6131
e) $\log_a 216 = 3$	R. a = 6
f) $\log_a 8 = 1.5$	R. a = 4

4. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales.

a) $8^x = 16$ R. x = 1.3333

b) $27^x = 9$ R. x = 0.6667

c) $3^{2x-1} = 64$ R. x = 2.3928

d) $10^{x^2} = 4$ R. x = $\pm$ 0.7759

e) $5^{3x} = 25^{x+3}$ R. x = 6

f) $8^x = 16^{4x-8}$ R. x = 2.4615

g) $4^{x^2} = 2^{8x-8}$ R. x = 2

h) $3^{x+4} = 2^{1-3x}$ R. x = - 1.1646

i) $5^{2x+3} = 7^{x+3}$ R. x = 0.7928

j) $2^{x^2-1} = 3^{3x+2}$ R. x = 5.5118 ; x = -0.7566

5. Calcula los siguientes logaritmos

a) $\mathrm{Log}_2\ 7 =$ R. 208074

b) $\mathrm{Log}_5\ 10 =$ R. 1.4307

c) $\mathrm{Log}_9\ 4 =$ R. 0.6309

d) $\mathrm{Log}_{13}\ 22.1 =$ R. 1.2069

e) $\mathrm{Log}_6\ 0.9030 =$ R. – 0.0569

6. Aplicando las leyes de los logaritmos, desarrollar las siguientes expresiones.

a) $Log_a 4xy =$ R. $Log_a 4 + Log_a x + Log_a y$

b) $Log_a \dfrac{x}{2y} =$ R. $Log_a x - Log_a 2 - Log_a y$

c) $Log_a \dfrac{x^3}{y^2} =$ R. $3\ Log_a x - 2\ Log_a y$

d) $Log_a \sqrt{xy} =$ R. 1 ($Log_a x + Log_a y$)

e) $Log_a \dfrac{x^2 y}{z^3} =$ R. 2 $Log_a x + Log_a y - 3 Log_a z$

f) $Log_a \sqrt[3]{\dfrac{x^2}{yz^5}} =$ R. $\dfrac{2}{3} Log_a x - \dfrac{1}{3} Log_a y - \dfrac{5}{3} Log_a z$

7. Aplicando las leyes de los logaritmos, cambia las siguientes expresiones a un solo logaritmo.

a) $Log_a\ x + Log_a (x - 2) - Log_a 8$ R. $Log_a \dfrac{x(x-2)}{8}$

b) $2\ Log_a x\ + \underline{1}\ Log_a\ y$ R. $Log_a x^2 \sqrt{y}$

2

c) $3\ Log_a (x + 1) - 2\ Log_a (x + 2) + Log_a x$ R. $Log_a \dfrac{x(x+1)^3}{(x+2)^2}$

d) 2 $Log_a x$ + $\dfrac{1}{3}$ $\underline{1} Log_a (x - 1) - 5\ Log_a (2x + 3)$ R. $Log_a \dfrac{x^2 \sqrt[3]{x-1}}{(2x+3)^5}$

e) 3 $Log_a x$ - $\dfrac{1}{2} Log_a (3x-4) + 4 Log_a (5x+1)$ R. $\dfrac{x^3 (5x+1)^4}{\sqrt{3x-4}}$

8. Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas.

a) $Log_3 (x - 4) = 2$ R. $x = 13$

b) $Log_2\ (x^2 - 5x + 14) = 3$ R. x = 2, x = 3

c) $Log_6 (2x-3) = Log_6 12 - Log_6 3$ R. $x = 3.5$

d) $Log_2 (x+1) + Log_2 (x-1) = 3$ R. $x = 3$

e) $Log_5 (2x + 1) + Log_5 (x + 3) = 2$ R. $x = 2$

f) $Log_2 (3x +1) - Log_2 (x - 3) = 3$ R . $x = 5$

g) $\log(3-2x)-\log(x+9)=0$ *R.* $x=-2$

h) $\log_5(7+x)+\log_5(8-x)-\log_5 2=2$ *R.* $x=-2$; $x=3$

i) $2\log_3 x-\log_3(x-4)=2+\log_3 2$ *R.* $x=6$; $x=12$

j) $\log(x^2+4)-\log(x+2)=3+\log(x-2)$ *R.* $x=2.002$

9. Resuelve lo que se pide en cada uno de los problemas siguientes, indicando el procedimiento en orden e indicando como va obteniendo cada valor.

I) Se sabe que un cierto tipo de bacterias se reproduce en función del tiempo de acuerdo al modelo: $N(t)=N_o(3)^{\frac{t}{2}}$, donde:

N(t): Número de bacterias después de un cierto tiempo

N_o: Número inicial de bacterias.

t: tiempo en horas.

Considerando que un cultivo se inicia con 600 bacterias:

i) Calcular cuántas bacterias hay después de 1, 2, 3, 4 y 5 horas.
ii) Hacer una gráfica con los datos anteriores, ¿qué tipo de gráfica resulta?
iii) Calcular en cuánto tiempo el número de bacterias es de 1,312,200.

R. i) 1,039; 3, 118; 5,400 y 9, 353 bacterias.
ii) De una función exponencial.

iii) 14 horas.

II) Si cierto objeto cambia su temperatura de 125° a 100° C en 30 minutos, cuando se encuentra rodeado por aire a una temperatura ambiente de 25°, se demuestra por la Ley de enfriamiento de Newton, que da su temperatura en función del tiempo:

$$T(t)=50(2)^{-2t}+25$$

Donde T (t) es la temperatura después de un cierto tiempo y t es el tiempo en horas.

i) Calcula la temperatura del cuerpo después de 1, 2, 3, 4 y 5 horas.

ii) Realiza una gráfica con los datos anteriores, ¿qué tipo de gráfica resulta?
iii) Calcula en cuánto tiempo la temperatura del cuerpo es de 27.21° C

R. i) 37.5° C, 28.125° C, 25.78° C, 25.05°C.

ii) Una función exponencial

iii) 2 horas y 15 minutos.

III) Si un nuevo empleado es capaz de producir 3 artículos en su primer día de trabajo, se demuestra que, a través de la práctica y el tiempo, su productividad se puede aumentar de acuerdo a la fórmula:

$$N(t) = 3 + 20\,(1 - e^{-0.1t})$$

Donde: N(t) es el número de artículos producidos después de un cierto tiempo y t es el tiempo medido en días.

i) Calcula el número de artículos producidos al tercer, quinto, décimo y vigésimo día.
ii) Con los datos del inciso anterior hacer la gráfica, ¿ qué tipo de curva resulta?
iii) Calcula el número máximo de artículos que puede llegar a producir.
iv) Calcula en cuánto tiempo su producción será de 22 artículos.

R. i) 8, 11, 16 y 20 artículos.

ii) Curva de aprendizaje

iii) 23 artículos

iv)30 días.

IV) La vida media del radio es de 1 600 años, es decir, una cierta cantidad de radio tarda 1 600 años en desintegrarse naturalmente a la mitad. Se puede demostrar que la cantidad de radio que queda después de una cierta cantidad de años, está dada por la fórmula:

$$q(t) = q_o\ 2^{kt}$$

donde: q_o es la cantidad inicial de radio en mg y t es el tiempo en años.

Si inicialmente se tienen 500 mg de radio, calcula:

i) el valor de k.
ii) la cantidad que queda después de 10, 100, 1 000 y 10 000 años.

R. i) k = - 0.000625

iii) 498, 479, 324 y 7 mg.

V) El nivel de la intensidad del sonido (a) que percibe el oído humano, está dado por la fórmula:

$$a = 10 \log \left[\frac{I}{I_o} \right]$$

donde I_o es la intensidad de sonido más débil que puede ser detectado por el ser humano, e I es cualquier otra intensidad

i) Calcula el valor de a cuando I es 10, 100, 1 000, 10 000 y 100 000 veces más grande que I_o
ii) Con los datos anteriores construye la gráfica correspondiente. ¿Qué tipo de gráfica es?
iii) Se sabe que el nivel de intensidad del sonido de 120 decibeles produce dolor en el oído humano, calcula cuántas veces es más grande I que I_o, para que esto se dé.

R. i) 10, 20, 30, 40, y 50 decibeles.

ii) función logarítmica.

iii) 1×10^{12} veces.

VI) La magnitud R de un terremoto de intensidad I está dado por la fórmula:

$$R = \log \left[\frac{I}{I_o} \right]$$, donde I_o es la intensidad mínima perceptible.

Calcula el valor de R cuando I es 10, 100, 1 000, 10 000 y 100 000 veces mayor que I_o.

i) Con los datos anteriores construye la gráfica correspondiente. ¿Qué tipo de gráfica es?
ii) La magnitud del terremoto de 1985 en nuestra ciudad fue de 8.5 grados en la escala de Richter, calcula cuántas veces fue más grande I de I_o.

R. i) 1, 2, 3, 4 y 5;
ii) función logarítmica;
iii) 1×10^8 veces.

Alcohol y automovilistas

VII) La concentración de alcohol en la sangre de una persona puede medirse. Recientes investigaciones médicas sugieren que el riesgo R (dado como porcentaje) de tener un accidente al manejar un vehículo puede obtenerse por medio de la ecuación

Donde X es la concentración variable de alcohol en la sangre y k es una constante

$$R = 6e^{kx}$$

i) Suponga que una concentración de alcohol en la sangre de 0.04 tiene como resultado un riesgo de 10% (R=10) de tener un accidente. Encuentre la k de la ecuación.

ii) Con este valor de k, ¿cuál es el riesgo si la concentración es 0.17?

iii) Con este mismo valor de k, ¿qué concentración de alcohol corresponde a un riesgo de 100%?

iv) Si la ley establece que cualquier persona con un riesgo del 20% o mayor de tener un accidente no debe estar autorizada a manejar, ¿con qué concentración de alcohol en la sangre debe arrestarse a un conductor?

Óptica

VIII) Si una sola hoja de vidrio cancela el 10% de la luz que pasa por ella, el porcentaje P de luz que pasa por n hojas sucesivas está dado aproximadamente por la ecuación

$$P = 100e^{-0.1n}$$

i) ¿Cuántas hojas son necesarias para cancelar por lo menos 50% de la luz?

ii) ¿Cuántas hojas son necesarias para cancelar por lo menos 75% de la luz?

Química

IX) El Ph de una solución química está dado por la fórmula

$$pH = -log10(H^{+})$$

Donde [H] es la concentración de iones de hidrogeno en moles por litro. Los valores del pH varían entre 0 (ácido) y 14 (alcalino).

i) Encuentra el pH de 1 litro de agua con 0.0000001 moles de iones de hidrógeno.

ii) Encuentre la concentración de iones de hidrógeno de una solución ligeramente ácida con un pH de 4.2.

Satélites espaciales

X) El número de watts proporcionados por una batería de d días de vida de un satélite, está dado por la fórmula

$$w = 50e^{-0.004d}$$

i) ¿Qué tiempo pasará para que la potencia disponible disminuya a 30 watts?

ii) ¿Qué tiempo pasará para que la potencia disponible disminuya a sólo 5 watts?

Cicatrización de las heridas

XI) La cicatrización normal de heridas puede obtenerse por medio de una función exponencial. Si A representa el área original de la herida y A es igual al área de la herida después de n días, entonces la fórmula

$$A = A_0e^{-0.35n}$$

Describe el área de una herida en el enésimo día después de ocurrida la lesión, cuando no hay una infección que retarde la cicatrización. Suponga que una herida tiene inicialmente un área de 100 centímetros cuadrados

i) Si ya ha comenzado la cicatrización, ¿cuántos días pasarán para que la herida tenga la mitad de su tamaño original?

ii) ¿Cuánto tiempo pasará hasta que tenga el 10% de su tamaño original?

Administración de un medicamento

X) La fórmula

$$D = 5e^{-0.4h}$$

puede usarse para encontrar el número de miligramos D de cierta medicina en el torrente sanguíneo de un paciente h horas después de habérsela administrado. Cuando el número de miligramos es 2, la medicina debe aplicarse de nuevo.

i) ¿Cuál es el tiempo entre dos inyecciones?

Difusión de rumores

XII) Un modelo para el número N de alumnos en la universidad que han oído cierto rumor es

$$N = P(1 - e^{-0.15d})$$

Donde P es la población total de la universidad y d es el número de días que han transcurrido desde que comenzó el rumor. En una universidad de 1000 estudiantes

i) ¿Cuántos días pasarán antes de que 450 estudiantes oigan el rumor?

Corriente en un circuito RL

XIII) La ecuación que da la cantidad de corriente I (en amperios) después de un tiempo t (en segundos) en un circuito RL, simple que consiste en una resistencia R (en ohms), una inductancia L (en henrys) y una fuerza electromotriz E (en voltios) es

$$I = (1 - e^{-\left(\frac{R}{L}\right)t})$$

i) Si E=12 voltios, R=10 ohms y L=5 henrys, ¿qué tiempo toma obtener una corriente de 0.5 amperios?
ii) ¿De 1 amperio?
iii) Grafique la ecuación.

Curva de aprendizaje

XIV) Los psicólogos usan a veces la función

$$LA(T) = A(1 - e^{-kt})$$

para medir la cantidad L aprendida en el tiempo t. El número A representa la cantidad por aprender y el número k mide la razón de aprendizaje. Suponga que un estudiante tiene la cantidad A de 200 palabras de vocabulario por aprender. Un psicólogo determina que el estudiante aprendió 20 palabras después de 5 minutos

i) Determine la razón de aprendizaje k

ii) ¿Cuántas palabras aproximadamente habrá aprendido el estudiante después de 10 minutos?
iii) ¿Después de 15 minutos?
iv) ¿Qué tiempo le tomará al estudiante aprender 180 palabras?

Energía sísmica

XIV) La energía E (en ergs) liberada durante un sismo de magnitud R se puede calcular mediante la fórmula

$$\text{Log } E = 11.4 + 1.5\ R$$

i) Despeje E en términos de R
ii) Encuentre la energía liberada durante el famosos terremoto de Alaska de 1964, que tuvo una intensidad de 8.4 en La escala de Richter.

GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA

PROBLEMARIO DE GEOMETRÍA EUCLIDIANA

TURNO VESPERTINO

INTRODUCCIÓN A LA GEOMETRÍA

I. Relacione ambas columnas

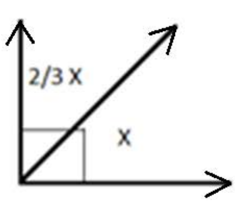
( ) Estudia la formas, tamaños y posiciones de los cuerpos. a) Recta
( ) Elemento de la geometría que tiene únicamente posición. b) Inducción
( ) Curva generada por un punto en movimiento en una misma dirección, tiene longitud, no tiene inicio ni fin. c) Punto
( ) Tiene longitud y extensión pero no espesor. d) Segmento
( ) Porción de recta comprendida entre dos puntos. e) Geometría
( ) Porción limitada de recta en una de sus direcciones, tiene inicio Pero no fin. f) Ángulo
( ) La abertura entre dos semi-rectas. g) Semi-recta
( ) Se obtiene conclusiones generales a partir de casos particulares. h) Deducción
( ) De leyes generales se aplican estos conocimientos a los casos particulares. i) Superficie

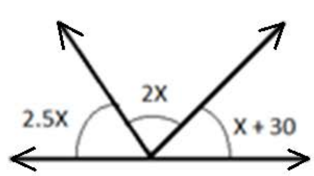
ÁNGULOS

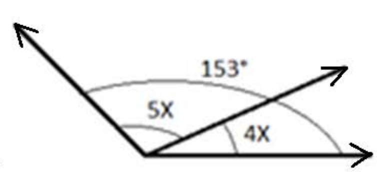
I. Complete la siguiente tabla:

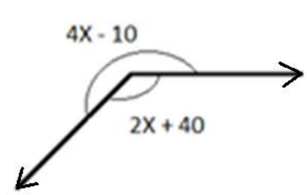
Ángulo	Complementario	Suplementario	Conjugado
25°			
18°			
44°			
78°			
97°			
121°			
71° 21´ 46´´			
113° 34´ 26´´			
301°			
144° 45´ 22´´			
96° 38´			
$\frac{\pi}{3}\,rad$			
125.12°			
37°			
72° 40´ 12´´			

II. Calcule la medida de los siguientes ángulos:

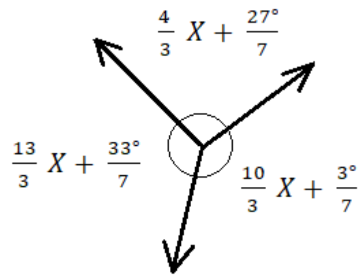


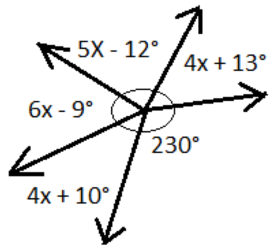


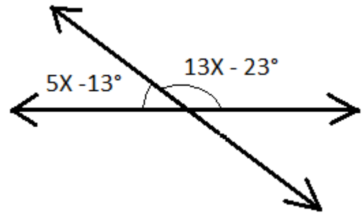




a) b) c) d







e) f) g)

III. Convierta los siguientes ángulos a su equivalente en grados, minuto y segundos:

a) 40.32°=
b) 18.255°=
c) 11.99°=
d) 61.24°=
e) 29.411°=
f) 32.1215°=
g) 44.01°=
h) 45.5638°=
i) 40.1015°=
j) 19.1015°=
k) 61.4221°=
l) 98.2245°=

IV. Transforma de grados sexagesimales a radianes:

a) 300°=
b) 120°=
c) 150°=
d) 315°=
e) 225°=
f) 330°=
g) 270°=
h) 345°=
i) 165°=
j) 135°=
k) 60°=
l) 195°=

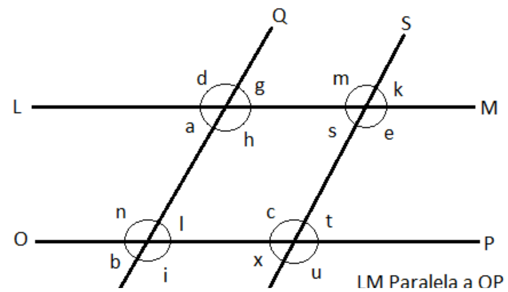
V. Convierta de radianes a grados sexagesimales:

a) $\frac{\pi}{3} =$
b) $\frac{7\pi}{6} =$
c) $\frac{17\pi}{12} =$
d) $\frac{\pi}{6} =$
e) $\frac{\pi}{12} =$
f) $\frac{5\pi}{12} =$
g) $\frac{3\pi}{4} =$
h) $\frac{11\pi}{12} =$
i) 9.42 radianes =
j) 6.28 radianes =
k) 1.7502 radianes
l) 3.14 radianes

VI. Efectúe las siguientes conversiones en los sistemas sexagesimal o circular, según indique:

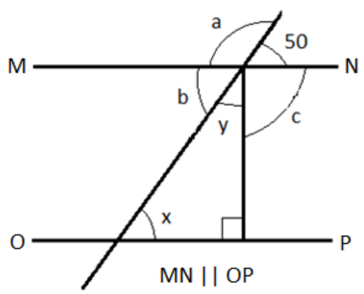
a) 32.742´´ a grados. minutos y segundos
b) 240° 42´ 25´´ a milésimas de grado
c) 4.7124 rad a grados, minutos y segundos
d) 264.5871° a radianes (utilice 3 dígitos)
e) 29.4116° a grados, minutos y segundos
f) 73° 40´ 40´´ a radianes (utilice 3 dígitos)
g) $\frac{\pi}{12}\,rad$ a milésimas de grado
h) 9.8456´ a grados, minutos y segundos
i) 98° 22´ 45´´ a milésimas de grado
j) 45° a radianes

VII. Observa la siguiente figura y menciona que tipo de ángulos son las siguientes parejas:

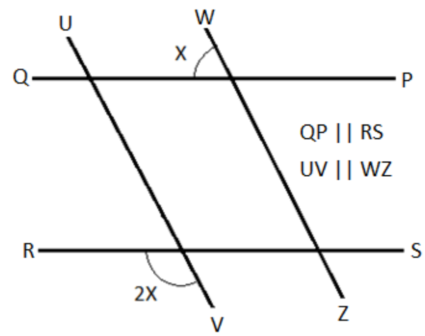


a) d y h
b) g y b
c) h y m
d) l y c
e) g y k
f) n y c
g) k y u
h) s y t
i) c y x
j) u y b

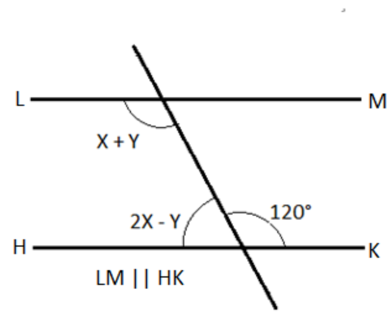
VIII. En las siguientes figuras, encuentre la medida de los ángulos que faltan:



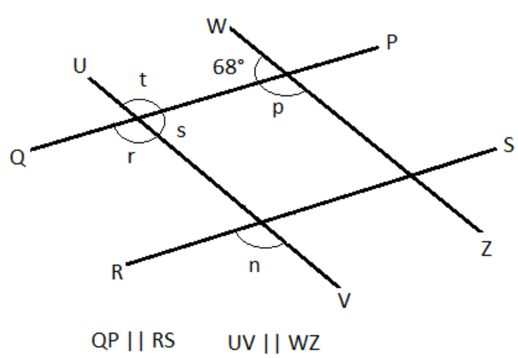
a)



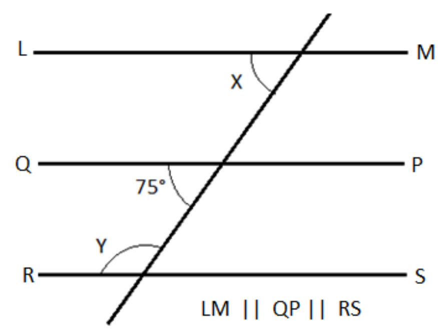
b)



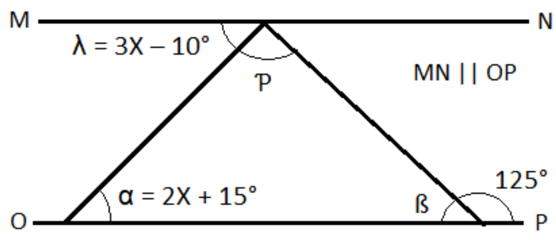
c)



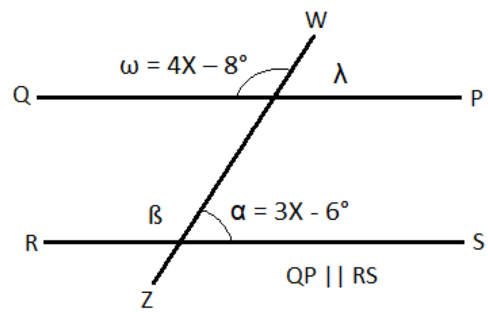
d)



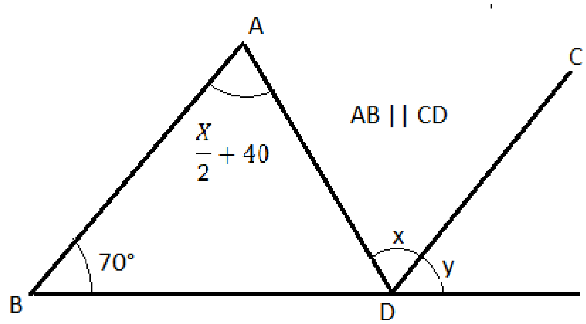
e)



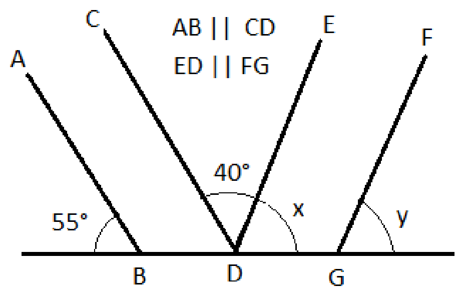
f)



g)



h)



i)

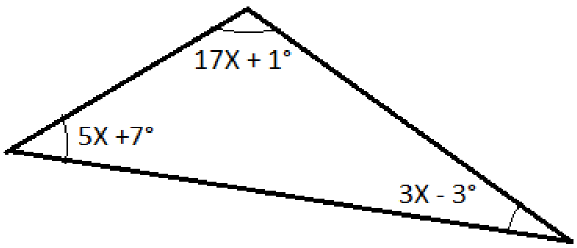
TRIÁNGULOS

I. Calcule las medidas de los ángulos en el sistema sexagesimal e identifica que tipo de triángulo es cada uno si, las medidas de sus ángulos interiores son:

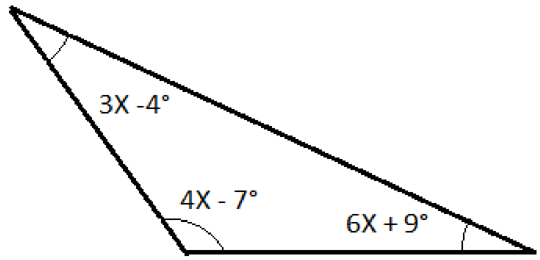
a) X, 2X y 3x **R. 30°, 60° y 90°, rectángulo y escaleno**

b) 2X, X + 15° y 3X – 20° **R. 61°40´, 45°50´ y 72°30´, oblicuángulo y escaleno**

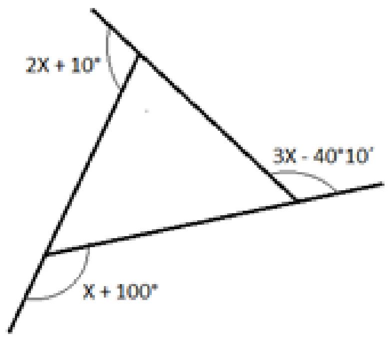
c) 2X – 10°, 3X – 25° y X + 12°


17X + 1°
5X +7°
3X - 3°

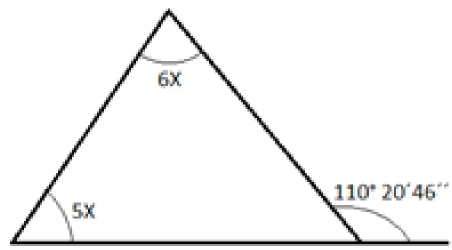
f)


3X -4°
4X - 7°
6X + 9°

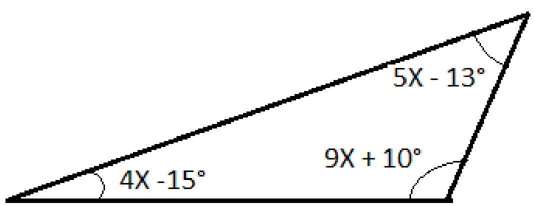
g)


2X + 10°
3X - 40°10'
X + 100°

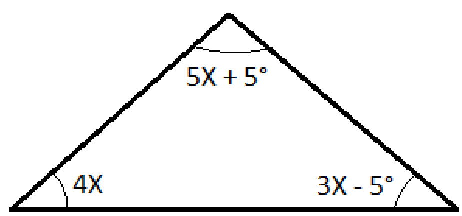
d)


6X
5X
110° 20'46''

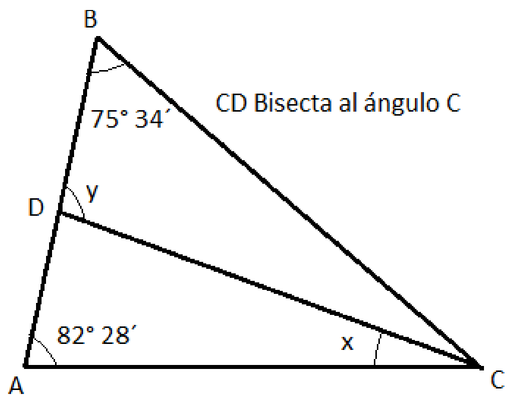
e)


5X - 13°
9X + 10°
4X -15°

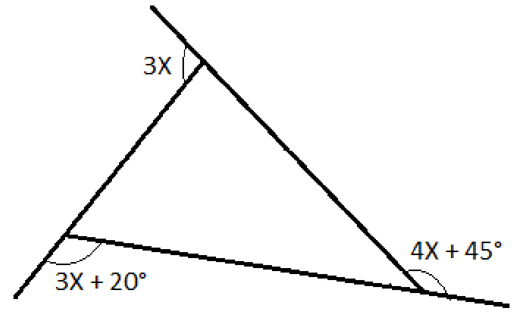
h)


5X + 5°
4X
3X - 5°

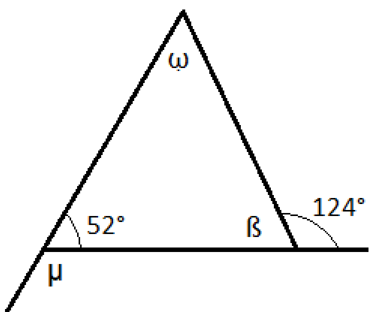
i)



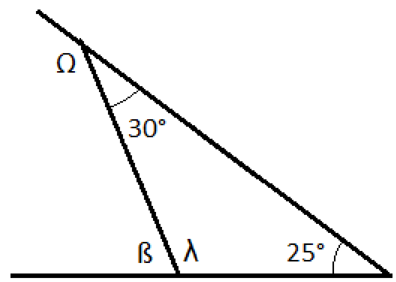
j)



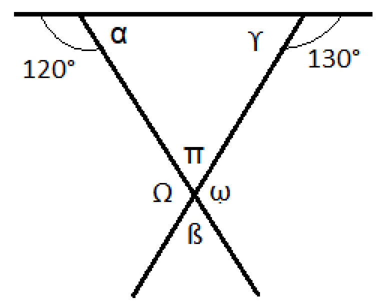
k)



l)



m)



n)

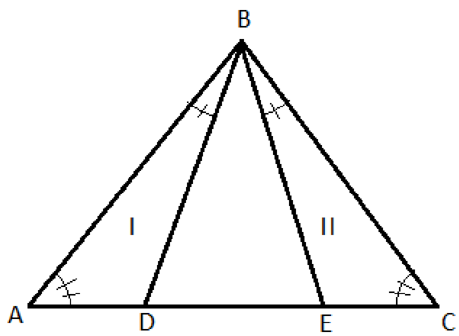
II. Determine las dimensiones de los lados del triángulo si las medidas de los lados son:

a) X, X + 1 y X + 2 **R. X = 3, 4 y 5 cm**

b) X, X + 7 y X + 8 **R. X = 5, 12 y 13 cm**

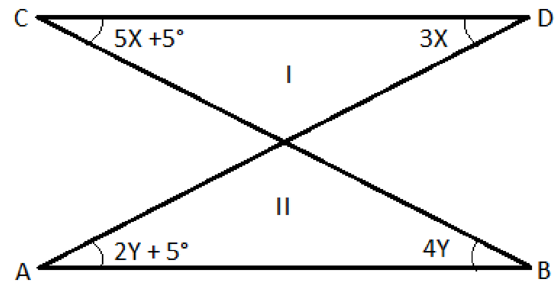
c) X, X - 1 y X - 8 **R. X = 13, 12 y 5 cm**

III. En las siguientes figuras los triángulos I y II son congruentes, determine el valor de las incognitas:

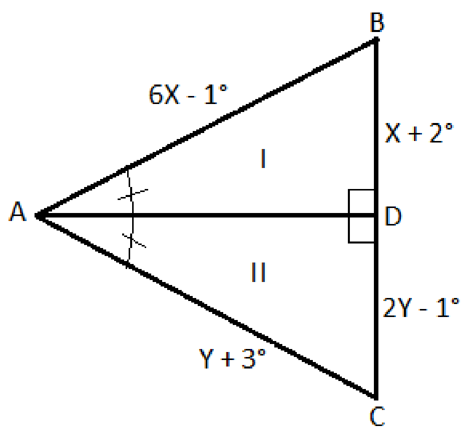


Si AB = 2Y - 5° BC = 5X + 10°
AD = X + 30° EC = 3X

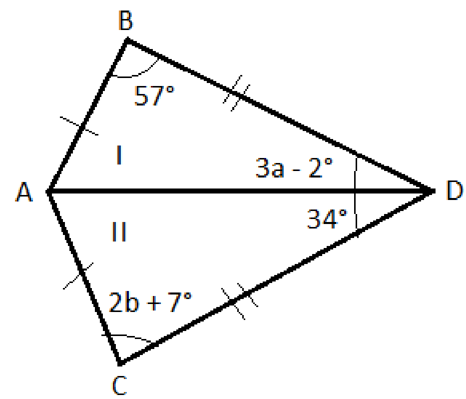
a)



b)



c)



d)

IV. Resuelva los siguientes problemas:

1. Un triángulo rectángulo, que también es isósceles, tiene una hipotenusa de 80 cm. Calcule las medidas de sus catetos. **R. 56.57 cm**

2. Un triángulo isósceles tiene sus lados iguales de 30 cm y el otro de 20 cm. Calcule el área. **R. 282.84 cm^2**

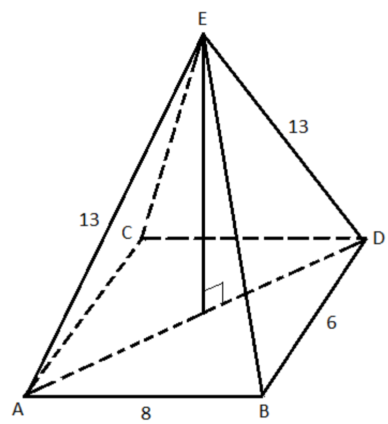
3. Un triángulo equilátero tiene lados de 20 cm. Calcule el área. **R. 173.2 cm^2**

4. Un triángulo isósceles tiene su base de 15 cm y un área de 150 cm^2. Calcule la medida de sus lados iguales. **R. 21.364 cm c/u**

5. Una escalera tiene 7 m de largo y su base se apoya a 3 m de una pared. Calcule la altura a la que se apoya su parte superior. **R. 6.32 m**

6. Una piedra se deja caer desde la parte alta de la torre de Pisa y cae a 4.76 m de la base de ésta. Sabiendo que la torre mide 91 m, ¿Qué distancia recorre la piedra para llegar al piso?

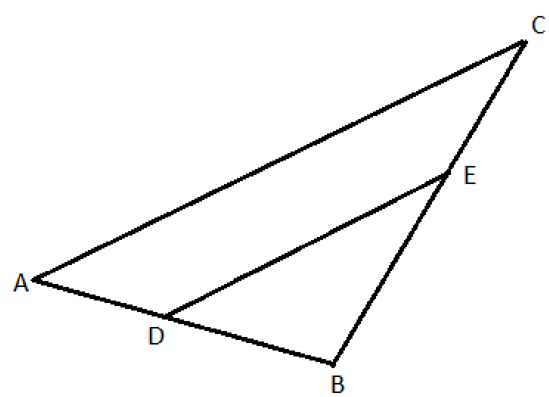
7. Considera la pirámide de base rectangular de la siguiente figura. ¿Cuál es el valor de la altura?



8. Una escalera telescópica está montada en un camión de bomberos a una altura de 1.5 m y mide 39.5 m, la distancia de una pared al pie de la escalera es de 9 m. ¿Qué altura máxima puede alcanzar?
9. Se tiene un cubo de 12 cm de arista. Calcular la distancia que hay entre los dos vértices opuestos más lejanos.

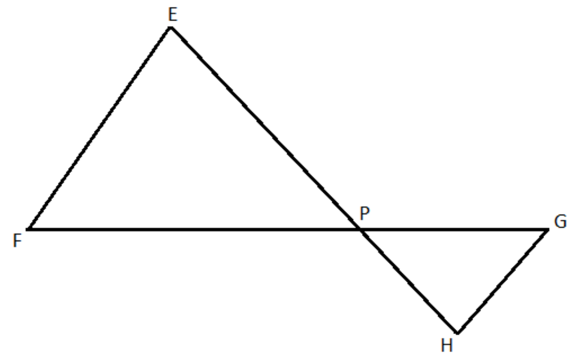
SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

V. En la figura siguiente AC || DE, calcule los valores que se piden:



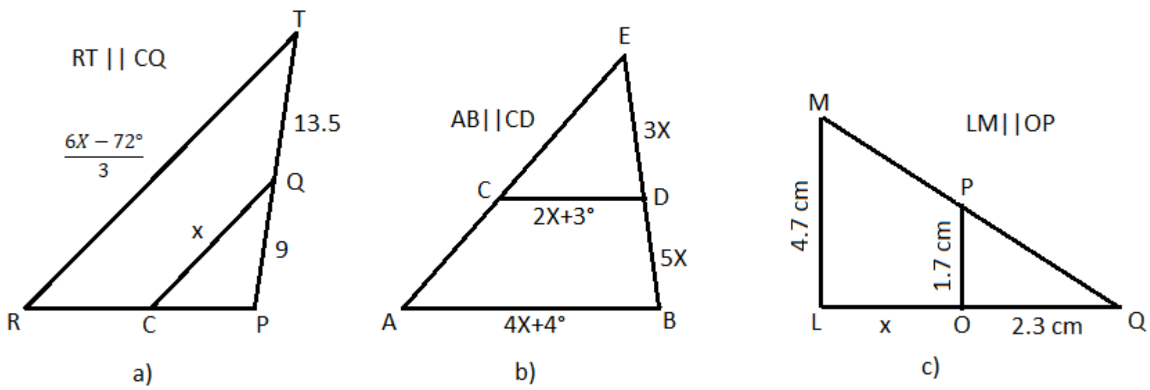
a) Si AB = 5X – 6 DB = 2X BC = 14 cm y CE = 6 cm Calcular BD
b) Si BC = 3X – 12 EC = X AD = 5 m y AB = 10 m Calcular DE y BC
c) Si AC = 65 CM DE = 45 cm AD = 22 cm Calcular AB

VI. En la figura siguiente EF || GH, calcule los valores que se piden:



a) FG = 80 m GH = 10m PG = 20 m Calcular EF
b) FG = 50 cm PG = X EF = 60 cm y GH = 15 cm Calcular FP
c) EH = 100cm EP = X EF = 75 cm y GH = 45 cm Calcular PH
d) FG = 100 m EH = 80 m PG = X y PH = X – 5 Calcular FP y EP

VII. Mediante el Teorema de Tales de Mileto encuentre los valores de las longitudes de los siguientes triángulos (considerar lados completos de los triángulos):



VIII. Resuelva los siguientes problemas:

a) Un espectacular de 18 m de altura proyecta una sombra de 14 m de largo, al mismo tiempo que un edificio proyecta una sombra de 9.7 m de largo. ¿Cuál es la altura del edificio?

b) Un jugador de basquetbol de 2.12 m de altura proyecta una sombra de 1.6 m de longitud. ¿Cuánto mide un niño que proyecta una sombra de 1.2 m?

c) Una antena de radio de 86 m de altura proyecta una sombra de 12.9 m de longitud, encuentra la medida de la sombra que en ese mismo instante proyecta una estructura de 18,6 m de alto.

d) Encuentra la altura de un pino de navidad, tomando en cuenta que la estatura de una niña es de 1.5 m y a cierta hora de un día soleado su sombra es de 1.2 m, y en ese mismo momento la sombra del pino es de 2.2 m de longitud.

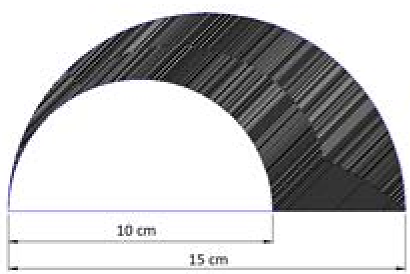
POLÍGONOS, CÍRCULO, CIRCUNFERENCIA, PERÍMETROS Y ÁREAS

I. Responde las siguientes indicaciones:

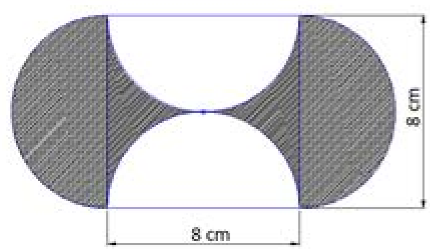
a) Cada ángulo interior de un polígono regular mide 150°, ¿qué nombre recibe este polígono?
b) Determine qué polígono regular tiene cada ángulo exterior de 60°.
c) ¿Cuál es el polígono en el cual se pueden trazar 12 diagonales?
d) ¿Cuál es el polígono cuya suma de sus ángulos interiores es de 1,260°?
e) ¿Cuál es el valor de cada uno de los ángulos de un pentágono si valen, respectivamente: X, X-10°, X+5°, X+25° y X-30°?
f) ¿Cuál es el valor del ángulo central de un octágono regular?
g) Determine el número total de diagonales que pueden trazarse dentro de un decágono regular.
h) ¿Cuál es el polígono regular, cuyo ángulo interior vale 135°?
i) ¿Cuál es el polígono regular, en el que pueden trazarse 44 diagonales en total?

II. Resuelva los siguientes problemas:

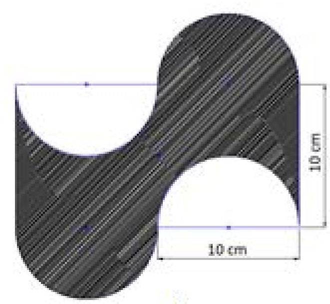
1) Calcule el área sombreada en cada una de las siguientes figuras:



a)

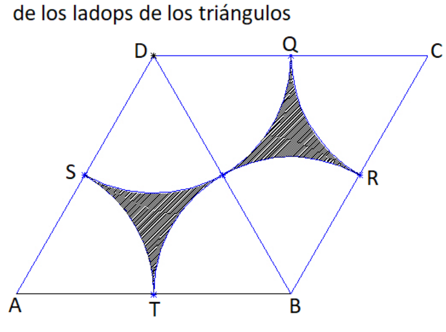


b)

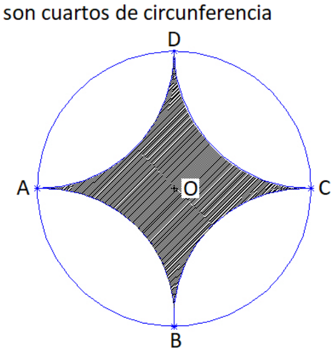


c)

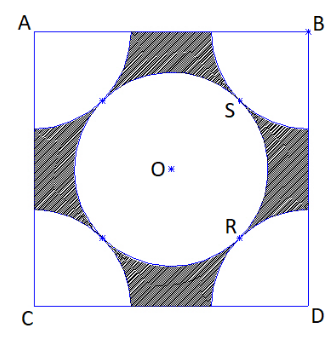
d) Los triángulos ABD y BCD son equiláteros de lado 10 cm; Q, R, S yT son los puntos medios de los ladops de los triángulos



e) OC = 24 mm los arco AD, AB, BC y CD son cuartos de circunferencia



f) La figura ABCD es un cuadrado de lado 32 cm, R y S son puntos medios de OC y OB respectiva--mente, y las figuras de las esquinas del cuadrado son cuartos de circunferencia



g) Un jardín tiene la forma de un cuadrado de 15 m de lado y lo atraviesan dos pasillos que son perpendiculares entre sí, tiene el mismo ancho y corren paralelos a los lados. Calcular el ancho de cada pasillo si entre los dos ocupan un área de 36 m^2.

2) Se tiene un cubo de 12 cm de arista y se divide en cubos de un centímetro de arista cada uno.
   a) Calcular cuánto suman todas las aristas de todos los cubos pequeños.
   b) Si antes de dividirse el cubo, cada cara se pinta de un color distinto, calcular cuántos cubos pequeños tienen:
      1) Cero caras pintadas
      2) Una cara pintada
      3) Dos caras pintadas
      4) Tres caras pintadas

3) Un alambre de 1 metro de longitud se divide en dos pedazos. Con uno de ellos se construye se construye un rectángulo que tiene el doble de largo que de ancho y con el otro un cuadrado. Si entre las dos figuras ocupan un área de (1/18) m^2, calcular el área de cada figura formada.

4) Una persona compró 100 mosaicos rectangulares de 10 x 15 cm para cubrir la mayor área posible de un cuadrado sin cortarlos. Calcular cuántos mosaicos sobraron.

5) Un campo rectangular que es de 20 m más largo que ancho está cercado por 100 m de tela de alambre. ¿Cuáles son las dimensiones del campo?

6) La luna tiene un diámetro de 3,480 Km y está a 380,000 Km de la tierra. Calcular a que distancia del ojo debe colocarse un botón de 5 mm de diámetro para que "tape" totalmente la luna.

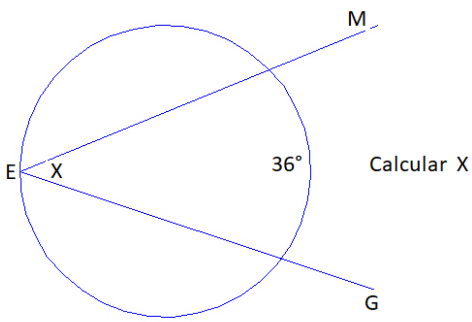
7) Se tiene un cuadrado de 30 cm de lado. Cada uno de sus lados se toma como diámetro de semicircunferencias que se trazan al interior del cuadro, las semicircunferencias al intersectarse dos a dos forman cuatro pétalos. Calcular el área que ocupan dichos pétalos.

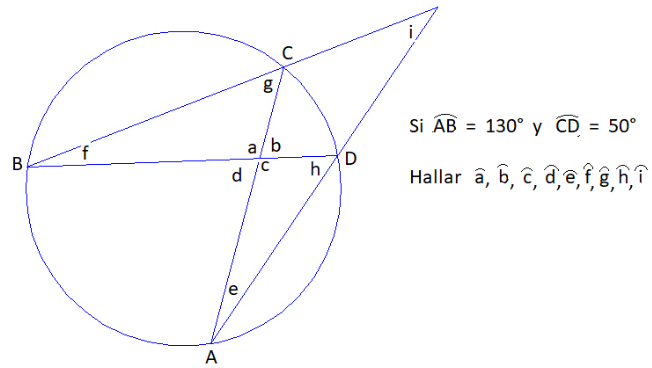
8) La rueda de una bicicleta tiene un radio de 65 cm. Calcular cuántas vueltas tiene que dar para recorrer una distancia de 5 Km.

9) Una alberca en forma de prisma hexagonal regular se construyó con una profundidad de 3 m y del centro a cualquiera de las esquinas mide 8 m. Calcular el volumen máximo de agua que le cabe.

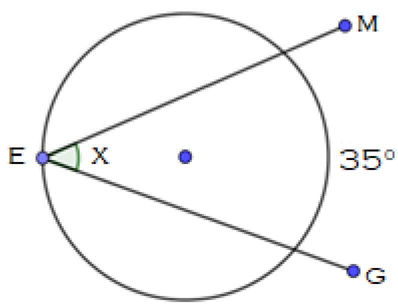
10) Un triángulo equilátero está inscrito en una circunferencia, cada uno de sus lados mide 20 cm. Calcular el radio de la circunferencia que circunscribe al triángulo.

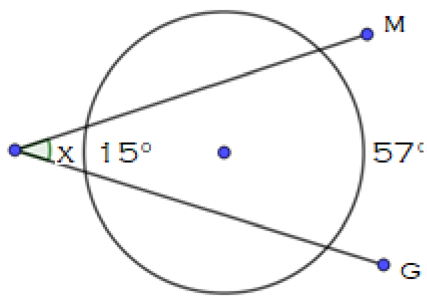
III. Ángulos en la circunferencia, hallar lo que se pide:

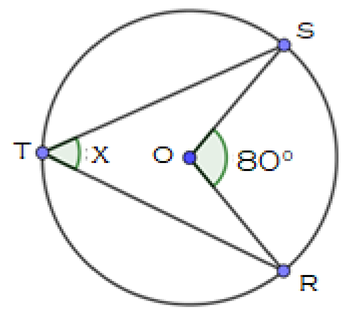


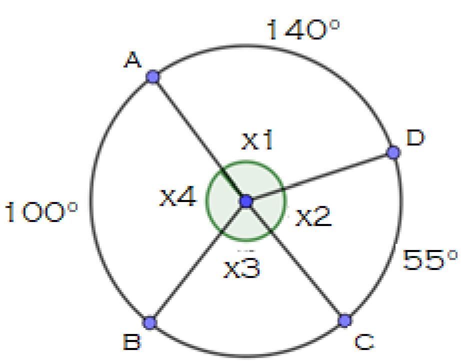


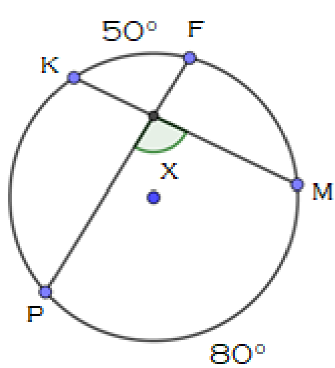
IV. De las siguientes figuras calcular el valor de X

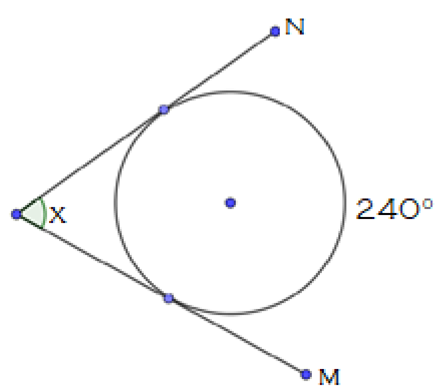












GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA
PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA
TURNO VESPERTINO

I. Conteste correctamente las siguientes preguntas:

1. ¿Qué es función trigonométrica?
2. ¿Cuántas y cuáles son las funciones trigonométricas?
3. ¿Cuál es el triángulo rectángulo?
4. ¿Cuál es el triángulo oblicuángulo?
5. Enuncie el Teorema de Pitágoras
6. ¿Qué es una identidad trigonométrica?
7. ¿Qué es una ecuación trigonométrica?

II. Dadas las siguientes funciones trigonométricas, hallar las demás funciones si:

1) $\text{Sen}\ \beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ Primer cuadrante

2) $\text{Sen}\ \theta = \frac{2}{3}$ Primer cuadrante

3) $\text{Cos}\ \alpha = \frac{-4}{5}$ Segundo cuadrante

4) $\text{Tan}\ \lambda = \frac{-6}{-10}$ Tercer cuadrante

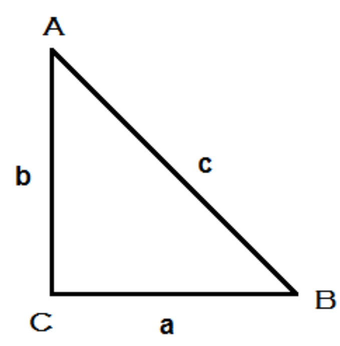
5) $\text{Ctg}\ A = \frac{1}{-3}$ Cuarto Cuadrante

6) $\text{Sec}\ B = 4$ Primer cuadrante

7) $\text{Csc}\ \Phi = \frac{3}{5}$ Primer cuadrante

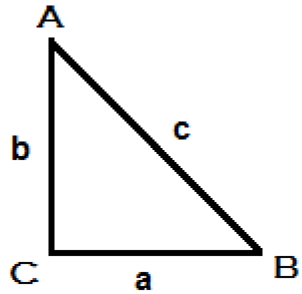
8) $\text{Sec}\ B = 2$ Primer cuadrante

III. Complete la siguiente tabla de acuerdo a la figura, indicando todas las operaciones de forma ordenada y clara:



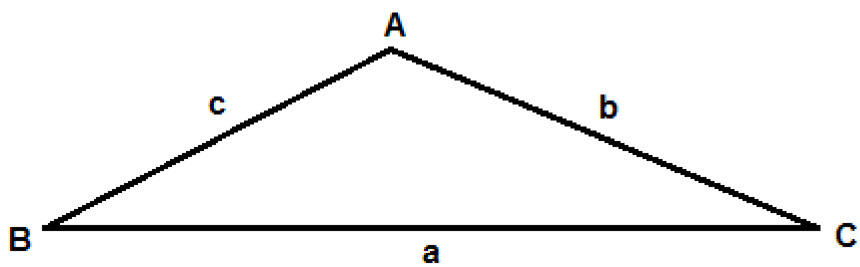
EJERCICIO	a	b	c	A	B	Sen A	Cos A	Tan A	Sen B	Cos B	Tan B
1			**5**		**45°**						
2		**6**		**35°**							
3		**7**	**8**								
4	**15**		**13**								
5		**9**			**20°**						

IV. DE ACUERDO AL TRIÁNGULO RECTÁNGULO DE LA FIGURA, DETERMINE SU SUPERFICIE CONFORME A LOS DATOS INDICADOS, REALIZANDO TODAS LAS OPERACIONES DE FORMA ORDENADA Y CLARA ("S" REPRESENTA EL ÁREA O SUPERFICIE):



a = 3 m	B = 60°	S = ¿?
c = 4 m	A = 25°	S = ¿?
b = 10 m	a = 12 m	S = ¿?
c = 8 m	b = 6 m	S = ¿?
a = 7 m	c = 5 m	S = ¿?

V. COMPLETE LA SIGUIENTE TABLA DE ACUERDO A LA FIGURA, INDICANDO TODAS LAS OPERACIONES DE FORMA ORDENADA Y CLARA, ("S" REPRESENTA EL ÁREA O SUPERFICIE):

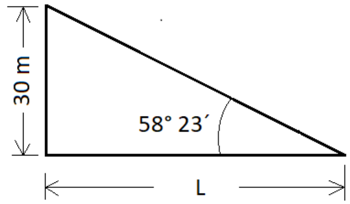


EJERCICIO	a	b	c	A	B	C	S
1	**33 m**	**52 m**	**52 m**				
2		**40 m**	**30 m**	**70° 32´**			
3	**42 m**		**23.9 m**		**107° 10´**		
4		**53 m**		**37°**		**52° 32´**	
5	**15 m**			**118° 25´**	**49° 56´**		

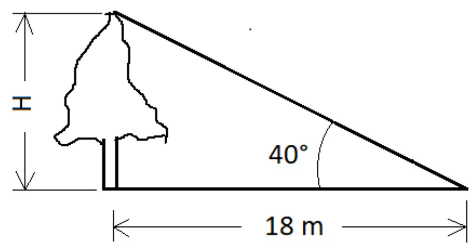
VI. RESUELVA CORRECTAMENTE Y EN FORMA ORDENADA LOS SIGUIENTES PROBLEMAS, INDICANDO:

a) PLANTEAMIENTO
b) OPERACIONES
c) RESULTAD

1. ¿CUÁL ES LA LONGITUD DE LA SOMBRA PROYECTADA POR UN POSTE DE 30 METROS DE ALTURA, SI EL ÁNGULO QUE FORMA CON LA HORIZONTAL, EN ESE MOMENTO, ES DE 50° 23´



2. Calcular la altura de un pino que proyecta una sombra de 18 metros, con un ángulo de elevación de 40°



3. Una persona sostiene un papalote mediante una cuerda de 40 metros de largo, sostiene la cuerda a 1.5 metros del suelo y el ángulo de elevación del papalote es de 58°35´. Calcular la altura del papalote.

4. Se desea construir una rampa de 3.5 metros de longitud para que alcance una altura de 1.8 metros. Calcular el ángulo de elevación que debe tener la rampa.

5. Se requiere construir una rampa que tenga un ángulo de 20°30´ de inclinación con respecto a la horizontal, si al final de la rampa debe alcanzar una altura de 10 metros, ¿cuántos metros de longitud debe tener la rampa?

6. El ángulo de elevación a la punta de la torre del diablo, desde punto que se encuentra a 1200 metros de la base de la torre, es de 35°50´.¿Qué altura tiene la torre?

7. Una persona cuyos ojos están a 1.20 metros del suelo, observa una pintura que se encuentra a un metro del suelo y mide 1.50 metros de altura. Dicha persona se encuentra a dos metros de distancia de la pintura.
   a) ¿Cuál es el ángulo de visión?
   b) ¿A qué distancia se debe parar la persona para que el ángulo de visión sea de 45°?

8. Un niño tiene un papalote, el cual hace volar sosteniendo una cuerda a un metro de altura. La cuerda se tensa formando un ángulo de 45° con respecto a la horizontal. Determina la altura del papalote con respecto al suelo si el niño suelta 20 metros de cuerda.

9. Un piloto de un helicóptero observa a dos personas que se encuentran en lados opuestos de él, con ángulos de depresión de 24° y 28° respectivamente. Si las personas se encuentran separadas 800 metros entre sí, calcular a que distancia del helicóptero se encuentra cada persona.

10. Dos barcos están equipados con radios que tienen un alcance de 200 kilómetros. Uno de los barcos se encuentra a 155 kilómetros y 42° noreste, y el otro está a 165 kilómetros y 46° noroeste, respecto a una estación costera. ¿Pueden los dos barcos comunicarse entre sí directamente? ¿Por qué?

11. Un vote navega en un curso de 20° de una isla, que se encuentra a 8 kilómetros al este de un faro; transcurrido un período de dos horas su posición con respecto al faro es de 31°, en ese instante, ¿a qué distancia se encuentra del faro?

12. Un globo de aire caliente se eleva verticalmente. En un cierto momento, una persona que se encuentra a 50 m de un punto que se localiza exactamente bajo el globo, lo observa con un ángulo de 46° 10'. Calcular la altura a la que se encuentra el globo considerando su punto de partida.

13. Desde lo alto de una torre cuya altura es de 25 m, se observa un automóvil alejándose de la torre, con un ángulo de depresión de 32°; si un instante después el ángulo es de 26°, ¿qué distancia se ha desplazado el automóvil?

14. Un maleante es perseguido por un patrullero, quien es apoyado desde el aire por un helicóptero. Si el ángulo de depresión desde el helicóptero hasta donde se encuentra el delincuente es de 25° y el ángulo de depresión hasta donde se encuentra el patrullero es de 65°, y su distancia a éste es de 25 metros:

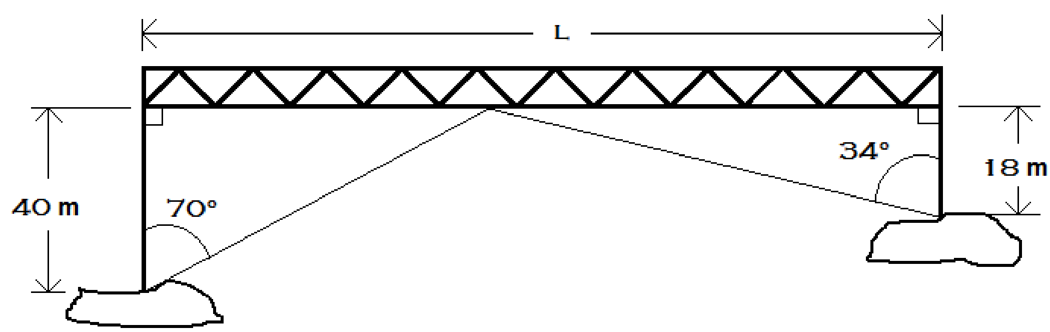
a) Calcula la distancia entre el helicóptero y el delincuente.
b) Determina la distancia entre el patrullero y el delincuente.
c) Calcula la altura del helicóptero.

15. Una araña que se encuentra en la base de una caja desea alcanzar una mosca ubicada en la esquina opuesta a la caja. Las esquinas están conectadas por un cable tenso, determina cuál es el ángulo de elevación del cable y la distancia que recorrería la araña hasta llegar a la mosca por el cable. La base de la caja tiene 12 dm de largo por 5 dm de ancho, y su altura es de $3\sqrt{3}$ dm.

16. ¿Cuál es el valor de la componente vertical y horizontal de una fuerza de 600 kg aplicada a un cuerpo con un ángulo de 30° 15' con respecto a la horizontal en el segundo cuadrante?

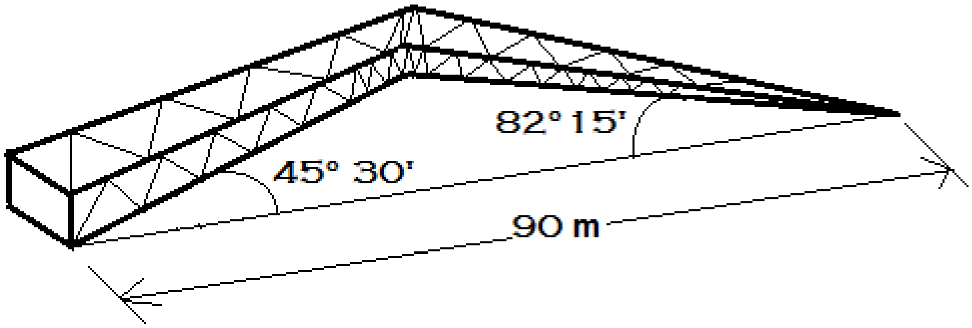
17. El horario y el minutero de un reloj miden respectivamente 0.7 y 1.2 cm. Determina la distancia entre los extremos de dichas manecillas a las 13:30 horas.

18. ¿Cuál es la longitud "L" del puente, representado en la figura?



19. Desde lo alto de un árbol de 12 metros de altura, un cazador visualiza un conejo con un ángulo de depresión de 18° 14' 15''. Si el alcance de disparo del rifle del cazador es de 40 metros. ¿Puede cazarlo? ¿Por qué?

20. Una torre transmisora de radio fue derribada por un huracán y terminó en la posición que se indica en la figura. ¿Cuál era la altura original de la torre?



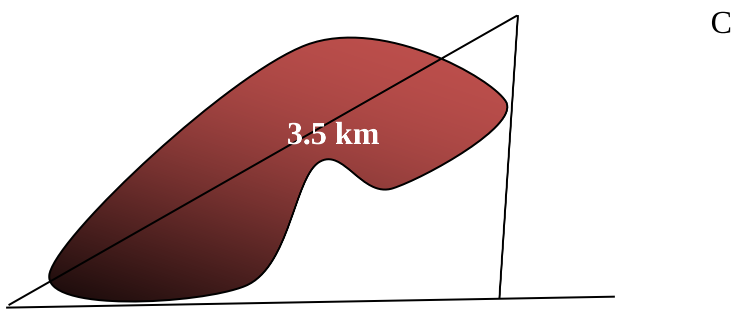
21. Un helicóptero se encuentra suspendido en el aire y está entre dos personas que se encuentran separadas 1500 m, quienes lo observan con ángulo de elevación de 24° y 42°, respectivamente. Calcular la altura a la que se encuentra el helicóptero.

22. Se va a construir un túnel a través de un cerro uniendo puntos marcados como A y B. Desde un punto de observación C, que se encuentra a 684 metros de A y 750 metros de B, se mide un ángulo de 70° entre A y B. Calcular la longitud del túnel.

23. Dos aviones parten de una ciudad y sus direcciones forman un ángulo de 74°23'. Después de una hora, uno de ellos se encuentra a 225 km de la ciudad, mientras que el otro está a 300 km. ¿Cuál es la distancia entre ambos aviones?

24. Desde un cerro de 540 metros de altura se observa un río, la ribera más cercana y la más lejana se visualiza con ángulos de depresión de 58° y 47° respectivamente. Calcular la anchura del río.

25. Un boy scaut se encuentra en un punto A y debe llegar a un albergue que se encuentra a 3.5 km y 53° noreste de su posición. No puede caminar en línea recta debido a que hay un pantano de por medio. Decide caminar hacia el este hasta un punto B y luego hacia el noreste en una dirección de 68° para llegar al albergue. Calcular qué distancia de más tiene que caminar debido al obstáculo del pantano.



VII. Compruebe las siguientes identidades trigonométricas:

1) $(\text{Tan } w)(\text{Cos } w)(\text{Csc } w) = 1$ 6) $\text{Tan } \lambda + \text{Cot } \lambda = (\text{Sec } \lambda)(\text{Csc } \lambda)$

2) $(\text{Sen}\ \Phi)(\text{Sec}\ \Phi) = \text{Tan}\ \Phi$

3) $(3\text{Sen}\ \alpha)(\text{Cos}\ \alpha) = (3Sen^2\ \alpha)(\text{Cot}\ \alpha)$

4) $\text{Sen}\ \beta + \text{Cos}\ \beta = \text{Cos}\ \beta\ (1 + \text{Tan}\ \beta)$

5) $2Sen^2\ \theta + Cos^2\ \theta = 1 + Sen^2\ \theta$

7) $\text{Cot}^2\ \gamma \bullet (1 + \text{Tan}^2\ \gamma) = \text{Csc}^2\ \gamma$

8) $\dfrac{Sen\ \alpha}{Cot\ \alpha} = \text{Sec}\ \alpha - \text{Cos}\ \alpha$

9) $(1 - \text{Cos}\ \beta)\ (1 + \text{Cos}\ \beta) = Sen^2\ \beta$

10) $(\text{Sec Z} + 1)(\text{Sec Z} - 1) = Tan^2\ \text{Z}$

VIII. Resuelva las siguientes ecuaciones trigonométricas: para los valores de ángulos $0° \leq X \leq 360°$

1) $\text{Sen}\ \beta = \text{Sen}\ 60°$

2) $\text{Cos}\ \alpha - \text{Sec}\ \alpha = 0$

3) $\text{Sen}\ \theta - \text{Csc}\ \theta = 0$

4) $\text{Cos}\ \Psi + 2\text{Sen}\ \Psi = 2$

5) $2\text{Sen}\ \gamma = 1$

6) $2\text{Cos}\ \Phi = \text{Cot}\ \Phi$

7) $\text{SenX-1=-2sen}^2\text{X}$

8) $2\ Tan^2\ \text{x} + (1 + Tan^2\ \text{x}) = 0$

9) $3\ Cos^2\ \text{x} = Sen^2\ \text{x}$

10) $Tan^2\ \text{X} - (1 + \sqrt{3}\ )\ \text{Tan X} - \sqrt{3} = 0$

11) $2\ \text{Cos}\ \lambda\ \text{Tan}\ \lambda - 1 = 0$

12) $4\ Cos^2\ \theta = 3 - 4\ \text{Cos}\ \theta$

13) $3\ Cos^2\ \Psi + Sen^2\ \Psi = 3$

14) $2\ Sen^2\ \text{x} + \text{Sen x} = 0$

15) $\text{Cos k} + 2\ Sen^2\ \text{k} = 1$

16) $2 - Tan^2\ \text{x} = 3 - Sec^2\ \text{x}$

17) $4\text{cos}^2\text{X} = 3\text{-}4\text{cosX}$

18) $Sen^2\ \Phi + 3 = 4 + Cos^2\ \Phi$