INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL

Centro de Estudios Científicos y Tecnológicos # 4

“LÁZARO CÁRDENAS”

Guía de Estudio

para preparar el Examen Extraordinario – ETS

De

CALCULO INTEGRAL.

Basado en el Programa de Estudios de la unidad de Aprendizaje.

Para alumnos de QUINTO Semestre.

Turno Matutino

Junio 2020

Presentación.

El Cálculo Infinitesimal es una de las herramientas matemáticas más importantes desarrolladas por el hombre. Es la base de muchos campos de la ciencia, entre ellos la física, y su uso tiene una gran influencia en muchas áreas de la vida moderna: científicos, ingenieros e incluso economistas lo utilizan para crear modelos que se ajusten a las situaciones de diario. Se trata de una excelente arma para el estudio de la naturaleza. Como la mayoría de los grandes descubrimientos de la ciencia, el cálculo infinitesimal[1] no surgió de la noche a la mañana, sino que es obra de muchos matemáticos de distintas épocas. Por sus contribuciones decisivas, Isaac Newton y Gottfried Wilhelm Leibniz se consideran sus padres con igualdad de derechos, pero en su época estos dos personajes sostuvieron una agria disputa por la prioridad. Esta polémica, quizá la más célebre de la historia de la ciencia, mostró lo mejor y lo peor de ambos personajes e influyó de manera determinante en la evolución posterior de las matemáticas en Europa.

En lo que a la disputa sobre la prioridad se refiere, hoy casi todos los estudios están de acuerdo en que Newton y Leibniz desarrollaron paralelamente el cálculo sin plagiarse: seguramente Newton antes que Leibniz, aunque púbico su trabajo mucho después. Polémicas al margen, lo cierto es que ambos fueron capaces de construir los sólidos cimientos del edificio que es el cálculo infinitesimal. Porque a diferencia de lo que ha ocurrido con otras teorías científicas, parece difícil que el cálculo vaya a sufrir un profundo cambio en el futuro. Si Leibniz y Newton levantaran la cabeza, estarían orgullosos de que el cálculo infinitesimal hoy en día siga siendo en esencia igual a lo que ellos mismos desarrollaron… aunque no deberían estarlo tanto de la polémica que mantuvieron y sus consecuencias (Daniel Martín Reina[2] 2007). Consideremos aquí que, al igual que en la aritmética hay operaciones mutuamente inversas, en el cálculo pasa la mismo. La operación inversa del Cálculo Diferencial es el Cálculo Integral y viceversa. Es decir, dada la diferencial, encontrar la función primitiva de la expresión diferencial dada.

[1] En 1665 Newton sentó las bases del Cálculo Infinitesimal en torno al novedoso concepto de fluxión, lo que hoy en día se conoce como la derivada, la pendiente de la recta tangente a una función en un punto.
[2] Revista ¿cómo vez? Así fue Newton vs Leibniz, páginas 26-29.

PRIMER PARCIAL

I. Integral Indefinida.

A) Antiderivada.

1. Encuentre la Antiderivada de cada una de las siguientes funciones.

a) $f(x)= x^2 - 3x +5$ b) $f(x)= 17x^6 - 3x^4 - 43x^2 - 8$ c. $f(x)= x^{78} + 3x^{96} - 2x^{100}$

d) . $f(x)= x^2(x^3 - 7x^2 +3x+5)$ e) $f'(x) = \frac{5x^7+4x^8}{x^2}$ f) $f(x) = \frac{\sqrt{5x}}{x} + \frac{2}{x^4}$

2. Encuentra la primitiva de:

a) $f'(x) = 2x^3 + x^2 - 6x$ b) $y' = Csc^2\frac{x}{2}$ c) $m = x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{3}{2}} + 10$

3. Completa la siguiente tabla

Función	Derivada	Diferencial	∫ Integral
$y = \frac{3x^2-5}{3x^2+5}$	$y´=$	$dy=$	∫
$y = 3x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{3}} + 10x$			
$y = \frac{7}{\sqrt{5x-1}}$			
$y = \frac{-3}{x^2} - \frac{4}{\sqrt[3]{x}} - 15$			
$y = \sqrt{4x^2-3x+2}$			
$y = \sqrt{\frac{7x^2-5x}{x}}$			
$y = \frac{9}{7x \quad -1}$			

B) Constante de Integración.

- Realiza lo que se te pide a continuación.

a) Determinar F *si* $\frac{dy}{dx}=3x^2+1$, *cuando: y=4, x=1.*

b) Obtenga F *si* $\frac{dy}{dx}=\frac{1}{x^2}+2x$, *cuando: y=5, x=1.*

c) Halla la ecuación de la función cuya tangente tiene una pendiente de $x^3 - \frac{2}{x^2} + 2$ para cada valor de x y cuya gráfica pasa por el punto (1,3).

d) Se estima que dentro de t meses la población de un cierto pueblo estará cambiando a un ritmo de $4 + 5t^{\frac{2}{3}}$ personas por mes. Si la población actual es de 10 000, ¿Cuál será la población dentro de 8 meses?

e) Un estudio ambiental de una cierta comunidad sugiere que dentro de t años el nivel de monóxido de carbono en el aire estará cambiando un ritmo de $0.1t + 0.1$ partes por millón por año. Si el nivel actual de monóxido de carbono en el aire es de 3.4 partes por millón, ¿Cuál será el nivel dentro de tres años?

f) Hallar la función cuya la primera derivada sea $3x^2$-2x+5, y tenga el valor 12 cuando x=1

C) Integrales Indefinidas.

1) Evalúa las siguientes integrales Inmediatas.

a) $\int (x^3 + x + 2)dx$ b) $\int \frac{(2x+3)dx}{x^2+3x}$ c) $\int \frac{dx}{x+2}$ d) $\int (x^2 - 4)^5 2x.dx$

e) $\int \frac{e^\theta d\theta}{a+e^\theta}$ f) $\int \left(\frac{4}{x^2} - \frac{5}{x} + 7\right) dx$ g) $\int \frac{dx}{2x+3}$ h) $\int (x^3 \quad - 5)^4 3x^2 dx$

i) $\int \frac{2xdx}{\sqrt[3]{6+x^2}}$ j) $\int \frac{1}{x+7} dx$ k) $\int \frac{2dx}{\sqrt[3]{2+2x}}$ l) $\int \frac{(4x+3)dx}{\sqrt[3]{1+3x+2x^2}}$

ll) $\int \frac{6t}{(3t^2+1)^4} dt$ m) $\int (x^2 + 2x)^6 (2x + 2)dx$ n) $\int \frac{5}{5x+2} dx$ ñ) $\int \frac{3dx}{2+3x}$

2) Evalúe las siguientes integrales.

a) $\int \sqrt{x}\left(x + \frac{1}{x}\right) dx$ b) $\int \frac{5t^2+7}{t^{\frac{4}{3}}} dt$ c) $\int \frac{4t^2 dt}{(1-8t^3)^4}$ d) $\int x^2 \sqrt[5]{7 - 4x^3} dx$

e) $\int \frac{4dx}{2+5x}$ f) $\int \frac{x^2}{\sqrt{9-2x^3}} dx$ g) $\int \frac{tdt}{5t^2+4}$ h) $\int \left(\sqrt{x} - \frac{5}{\sqrt{x}}\right)^2 dx$

i) $\int \left(t^2 - \frac{1}{t^2}\right)^3 dt$ j) $\int \frac{sen 4x dx}{8+cos\, 4x}$ k) $\int \frac{x^3+3x}{x^2+x} dx$ l) $\int \frac{5dt}{\sqrt{e^t}}$

m) $\int \frac{5e^x+4}{e^x} dx$ n) $\int \frac{e^{2x}}{e^{2x}-3} dx$ ñ) $\int \frac{sec^2\, 7x dx}{\sqrt{3+2\, tg\, 7x}}$ o) $\int \frac{3x+7}{x+2} dx$

p) $\int \frac{4x+10}{x^2+5x+10} dx$ q) $\int \frac{9 sen 2x dx}{(3+3\cos 2x)^2}$ r) $\int 4\, sen^2 \quad t \cos t\, dt$ s) $\int \frac{sen 2x dx}{3+cos\, 2x}$

t) $\int cos^2\theta\, sen\theta d\theta$ u) $\int sen^2\theta \cos\theta\, d\theta$

3) Calcula cada una de las siguientes integrales, (utilizando un cambio de variable).

a) $\int x^2\sqrt{1+x}.dx$ b) $\int \frac{sen\sqrt{x}\,dx}{\sqrt{x}}$ c) $\int \tan x\, sec^2 x\, dx$

d) $\int x^3(2-x^2)^{12}dx$ e) $\int \frac{2rdr}{(1-r)^7}$ f) $\int \sqrt{3-2x}\ x^2dx$

g) $\int (x^3+3)^{\frac{1}{4}}x^5dx$ h) $\int \frac{\cos\sqrt{x}\,dx}{\sqrt{x}}$ i) $\int \sqrt{1+\frac{1}{3x}}\ \frac{dx}{x^2}$

D) Integrales de diferenciales trigonométricas.

Caso I. Integrales de la forma $\int sen^m u * cos^n u\ \ du$. En el caso de que $m\ o\ n$ positivo impar, no importa lo que sea el otro, esa integración puede practicarse por medio de transformaciones sencillas y aplicando la fórmula: $\int v^n dv = \frac{v^{n+1}}{n+1} + C$. Y la identidad trigonométrica $sen^2 x + cos^2 x = 1$; Además: $sen^2 x = 1 - cos^2 x \quad y \quad cos^2 x = 1 - sen^2 x.$

1) Calcula cada una de las siguientes integrales por el caso I, tomando como apoyo el ejemplo1.

Ejemplo 1. Hallar $\int sen^2 x\, cos^5 x\ \ dx$.

Solución: $\int sen^2 x\, cos^5 x\ \ dx = \int sen^2 x\, cos^4 x\, cos\, x\ \ dx$

$$= \int sen^2 x(1-sen^2 x)^2 \ cos\, x\ \ dx$$

$Desarrollando\ el\ binomio$:

$$= \int sen^2 x(1 - 2sen^2 x + sen^4 x)\, cos\, x\ \ dx$$

$Multiplicando$:

$$\int (sen^2 x - 2sen^4 x + sen^6 x)\, cos\, x\ \ dx$$

$$\int (senx)^2 \cos x\ \ dx - 2\int (senx)^4 \cos x\ \ dx + \int (senx)^6 x \cos x\ \ dx$$

$$= \frac{sen^3 x}{3} - \frac{2sen^5 x}{5} + \frac{sen^7 x}{7} + C$$

Hallar:

a) $\int sen^3 x\, dx$ b) $\int cos^3 x\, dx$ c) $\int cos^4 x\, sen^3 x\ dx$

d)$\int cos^3 x\, senx\ \ dx$ e) $\int sen^3 t\, cos^3 t\ \ dt$ f) $\int cos^3 t\, sen^2 t\, cos\, t\, dt$

Caso II. Integrales de la forma $\int tan^n\, u\ du$ o $\int cot^n\, u\ du$. Cuando n es un número entero. Podemos hacer uso además de las siguientes identidades trigonométricas:

$sec^2\, u = 1 + tan^2\, u$; Además: $tan^2\, u = sec^2\, u - 1$.
$csc^2\, u = 1 + cot^2\, u$; Además: $cot^2\, u = csc^2\, u - 1$.

Ejemplo 1. Hallar: $\int tan^4\, x\ dx$

Solución: $\int tan^4\, x\ dx = \int tan^2\, x\,(sec^2\, x - 1)dx$

$$= \int tan^2\, x\, sec^2\, x\ dx - \int tan^2\, x\ dx$$

$$= \int (tan\, x)^2 * sec^2\, x\ dx - \int (sec^2\, x - 1)dx$$

$$= \int (tan\, x)^2 * sec^2\, x\ dx - \int sec^2\ dx + \int dx$$

$$= \frac{tan^3\, x}{3} - tan\, x + x + C$$

Hallar:

a) $\int cot^3\, x\, dx$ b) $\int tan^3\, x\, dx$ c) $\int cot^3 \frac{x}{3}\ dx$

d) $\int cot^5\, a\, x\ dx$ e) $\int tan^5\ 3\, t\ dt$

Caso III. Integrales de la forma $\int sec^n\, u\ du$ o $\int csc^n\, u\ du$. Cuando n es un número entero positivo par. Podemos hacer uso además de las siguientes identidades trigonométricas:
$sec^2\, u = tan^2\, u + 1$ También: $csc^2\, u = cot^2\, u + 1$

Ejemplo 1. Hallar: $\int sec^4 \frac{1}{2}x\ dx$ **Hagamos** $u = \frac{1}{2}x$. **Entonces** $x = 2u$. **y** $dx = 2du$. **Sustituyendo en la integral original tenemos:**

Solución: $\int sec^4 \frac{1}{2}x\ dx = 2\int sec^4\, u\ du$

$$Ahora\ bien: \int sec^4\, u\ du = \int sec^2\, u * sec^2\, u\ du$$

$$= \int (tan^2\, u + 1) * sec^2\, u\ du$$

$$= \int (tan\, u)^2 * sec^2\, u\ du + \int sec^2\, u\ du$$

$$= \frac{tan^3\, u}{3} + tan\, u + C$$

Haciendo $u = \frac{1}{2}x$. Encontramos la solución: $\frac{tan^3 \frac{1}{2}x}{3} + tan\frac{1}{2}x + C$

Hallar:

a) $\int csc^4 \frac{x}{4} dx = -\frac{4}{3} cot^3 \frac{x}{4} - 4\, cot \frac{x}{4} + C$

b) $\int sec^4 2\,x\, dx = \frac{1}{2} tan\, 2\,x + \frac{1}{6} tan^3\, 2\,x + C$

d) $\int csc^6\, x\;\; dx = -\,cot\, x - \frac{2}{3} cot^3\, x - \frac{1}{5} cot^5\, x + C$

Caso IV. Integrales de la forma $\int tan^m u\;\, sec^n u\, du \quad o \quad \int cot^m u\, csc^n u\;\, du.$
Cuando n es un número entero positivo par, procedemos como en el caso III.
$sec^2 u = tan^2 u + 1$ También: $csc^2 u = cot^2 u + 1$

Ejemplo 1. Hallar: $\int tan^6\, x\, sec^4\, x\;\, dx$

Solución: $\int tan^6\, x\, sec^4\, x\;\, dx = \int tan^6\, x\, (sec^2\, x)(sec^2\, x)\;\, dx$

$$\int tan^6\, x\, sec^4\, x\;\, dx = \int tan^6\, x\, (tan^2\, x + 1)\, sec^2\, x\;\, dx$$

$Multiplicando:$

$$\int (tan\, x)^8\, sec^2\, x\;\, dx + \int tan^6\, x\, sec^2\, x\;\, dx$$

$$Utilizando\;\; \int V^n dv = \frac{V^{n+1}}{n+1} + C$$

$$= \frac{tan^9\, x}{9} + \frac{tan^7\, x}{7} + C$$

Cuando $\int cot^3\, x\, dx$es impar se procede como se indica en el siguiente ejemplo:

Ejemplo 2. Hallar: $\int tan^5\, x\, sec^3\, x\;\, dx$

$$\int tan^5\, x\, sec^3\, x\;\, dx = \int tan^4\, x\, sec^2\, x\, sec\, x\, tan\, x\;\, dx$$

$$\int tan^5\, x\, sec^3\, x\;\, dx = \int (tan^2\, x)^2\, sec^2\, x\, sec\, x\, tan\, x\;\, dx$$

$$Sustituyendo \qquad tan^2\, x = sec^2\, x - 1$$

$$= \int (sec^2\, x - 1)^2\, sec^2\, x\;\; sec\, x\, tan\, x\, dx$$

$$Elevando\;\, y\;\, multiplicando\;\, por\;\, sec^2\, x$$

$$= \int (sec^6\, x - 2\, sec^4\, x + sec^2\, x)\, sec\, x\, tan\, x\, dx$$

$$Utilizando\;\; \int V^n dv = \frac{V^{n+1}}{n+1} + C\;\; obtenemos\;\, finalmente:$$

$$= \frac{sec^7\, x}{7} - \frac{2\, sec^5\, x}{5} + \frac{sec^3\, x}{3} C$$

Hallar:

a) $\int cot^3 x\, csc^4 x\, dx = -\frac{1}{4}cot^4 x - \frac{1}{6}cot^6 x + C$

b) $\int tan^3 3x\, sec\, 3x\, dx = \frac{1}{9}sec^3 3x - \frac{1}{3}sec\, 3x + C$

c) $\int cot^3 2x\, csc\, 2x dx = \frac{1}{2}csc\, 2x - \frac{1}{6}csc^3 2x + C$

SEGUNDO EXAMEN

II. Métodos de Integración.

A. Calcular las siguientes integrales utilizando el **Método de Integración por partes.**

1.$\int \ell nx dx$ 2.$\int x sen\frac{x}{2}dx$ 3.$\int x\, sec^2 x\, dx$ 4.$\int x^2\, \ell nx dx$ 5.$\int arcctg\, x dx$
6.$\int arc\, sec\, \theta\, d\theta$ 7.$\int arc\, csc\frac{t}{2}dt$ 8.$\int x\, arctg\, x\, dx$ 9.$\int x^2 e^{-x} dx$ 10.$\int e^{\theta} cos\, \theta\, d\theta$
11.$\int x\, cos^2\ x dx$ 12.$\int xe^{11x}\, dx$ 13.$\int 3xsen4xdx$ 14.$\int 11x\, cos\frac{x}{3}dx$ 15. $\int \ell n4xdx$ 16.$\int \sqrt[8]{x}\, \ell n9xdx$ 17.$\int 7x^4\sqrt{x-13}dx$ 18.$\int 5x^2 e^{21x} dx$
19.$\int \frac{2}{3}x^2 sen\frac{4x}{5}\, dx$ 20.$\int sec^3\ 12xdx$ 21.$\int arctg5xdx$ 2.$\int 4e^{2x}\, cos\, 9\, xdx$
23.$\int 2\, sec^3\ 4xdx$ 24.$\int 4arcsen\frac{9}{5}xdx$ 25.$\int x^2\, cos\frac{12x}{7}dx$ 26.$\int csc^3\ xdx$

B. Calcular las siguientes integrales utilizando el **Método de Integración por Sustitución Trigonométrica.**

1.$\int \sqrt{4-x^2}\, dx$ 2.$\int \frac{\sqrt{x^2-25}}{x}\, dx$ 3.$\int \frac{dx}{x^2\sqrt{64+x^2}}$ 4.$\int \frac{dx}{\sqrt{49-x^2}}$ 5.$\int \frac{11dx}{x^2\sqrt{4+x^2}}$
6.$\int \frac{\sqrt{16-x^2}}{x^2}\, dx$ 7.$\int \frac{33dx}{\sqrt{9+x^2}}$ 8.$\int \frac{\sqrt{x^2-81}}{x}\, dx$ 9.$\int \sqrt{121-x^2}\, dx$
10.$\int \frac{23\, dx}{(9-x^2)^{3/2}}$ 11.$\int \frac{7dx}{\sqrt{x^2+3}}$ 12.$\int \frac{14dx}{x^2\sqrt{x^2+7}}$ 13.$\int \frac{dx}{(4-x^2)^{3/2}}$

C. Calcular las siguientes integrales utilizando el **Método de Integración por Descomposición en Fracciones Parciales simples.**

1.$\int \frac{3x-1}{x^2+4x-5}\, dx$ 2. $\int \frac{17dx}{x^2+3x-4}$ 3.$\int \frac{1-2x}{x^2+7x+10}\, dx$ 4.$\int \frac{-2dx}{x^2+6x+5}$ 5.$\int \frac{x^2+8x-1}{x^3-x}\, dx$
6.$\int \frac{3x-2}{(x+2)(x+1)(x-1)}\, dx$ 7.$\int \frac{x^3+7}{x^3-9x}dx$ 8.$\int \frac{2x+3}{x^3+x^2-6x}\, dx$
9.$\int \frac{x-7}{6x^2+x-1}\, dx$ 10.$\int \frac{4xdx}{5x^2-18x+9}$ 11.$\int \frac{x+5}{(x-1)^2(x+2)}\, dx$ 12.$\int \frac{dx}{x^3+6x^2+9x}$
13.$\int \frac{8-x}{x^3-4x^2}\, dx$ 14.$\int \frac{x-3}{x^3+x^2}\, dx$ 15.$\int \frac{(2x+3)dx}{x^3+x^2-2x}$ 16.$\int \frac{4dx}{x^3+4x}$

<u>**TERCER PARCIAL**</u>

III. Integral Definida.

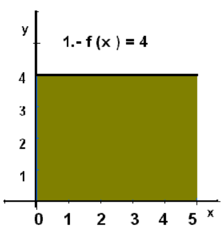
A. Obtén el valor de la siguientes integrales.

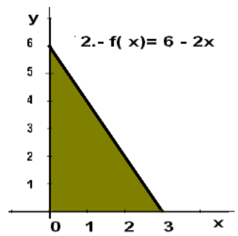
a) $\int_3^5 x\,dx$ b) $\int_4^8 \left(\frac{x\,dx}{\sqrt{x^2-15}}\right)$ c) $\int_1^3 \frac{7x}{x^2+4}dx.$ d) $\int_3^5 x\,dx$

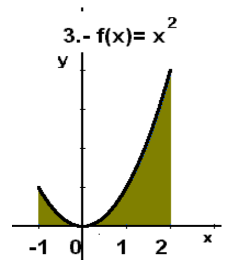
e) $\int_{-3}^{-1}\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^3}\right)dx$ f) $\int_1^3 \frac{7x}{x^2+4}dx.$ g) $\int_0^{\pi/2} sen(x)dx.$

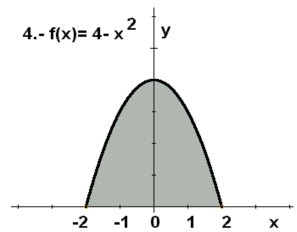
B. Áreas.

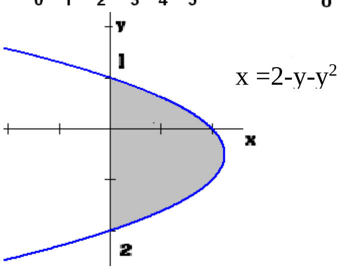
Escriba la integral definida que conduzca a obtener el área de la región dada. (Calcule el área)

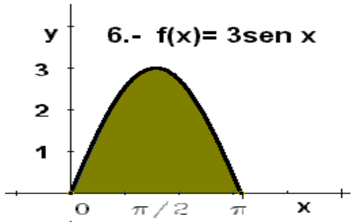


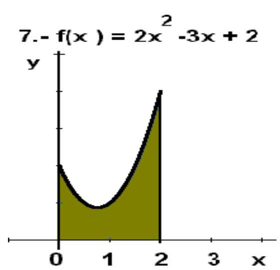


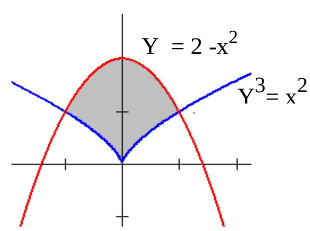










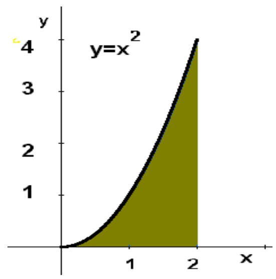


1. Encuentre el área de la región encerrada entre la curva $y = x^2 + 3$ y $x= -1$ y $x= 2$ y el eje x.
2. Determinar el área bajo la curva $y= -x^2 +3$ entre $x = - 1$ y $x= 1$ y el eje x.
3. Hallar el área limitada por la parábola $y= x^2-3x$ y la recta $y=x$.

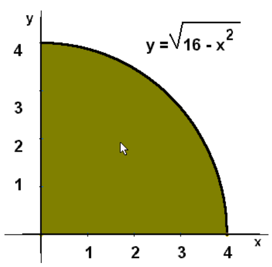
4. Calcule el área de la región acotada por las gráficas de las ecuaciones
   $y = x^2$ y $y = \sqrt{x}$
5. Hallar el área de la región limitada por las gráficas de y =x ^{2} +2, y = -x, x= 0, x=2.
6. Obtenga el área encerrada entre y = - x ^{2} +2x+3 y el eje x.

C. Volúmenes.

1. Calcule el volumen del sólido que se forma al girar la región dada alrededor del a) eje x b) el eje y.



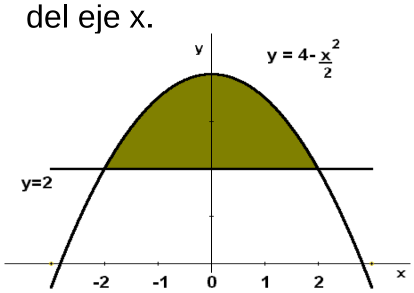
2. Calcule el volumen del sólido que se forma al girar la región dada alrededor del eje y.



3. Encontrar el volumen generado por la elipse 9x ^{2} + 16y ^{2} = 144, gira alrededor del eje x.

4. Suponga que el circulo $x^2 + y^2 = 1$ gira al rededor del eje y. Calcule el volumen del sólido resultante.

5. Calcule el volumen del sólido que se forma al girar la región dada alrededor del eje x.

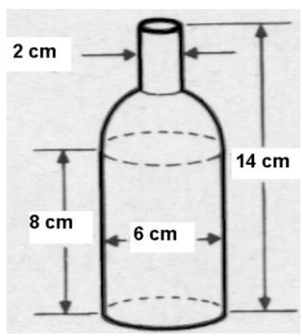


6. Obtenga el volumen que se forma al girar la región encerrada entre las curvas y= 4x+1, y=x^2, gira alrededor del eje x.

CALCULO DE VOLÚMENES DE SÓLIDOS DE REVOLUCIÓN Y DE AREA ENTRE CURVAS.

1. Encuentre el volumen generado por la región encerrada por las curvas y= $2x^2$, y=0, x=2 cundo gira alrededor del a) eje x.
2. Hallar el área entre la parábola $y = x^2$ y la línea $y = 2x + 3$.
3. Encuentre el área de la región acotada entre las gráficas de y =x^2 - 4x+3 e y = - x^2 +2x+3.
4. Hallar el área de la región limitada entre las gráficas de las curvas $y = x^2 - 2x$, $y = x$.

5. El Perfume: Cierta botella de perfume tiene forma de un cilindro circular sobre el cual va un segmento esférico, sobre este a su vez va un cilindro más pequeño, como se muestra en la figura. Determine el volumen de la botella. Resp. $(117 + 16\sqrt{2})\ \pi /12\ cm^3$



D. Longitud de Arco.

1. Calcular la longitud de arco de la curva.

a) x= t^3 , y= t^2 ; $0 \le t \le 1$ b) x= $\cos^3 t$, y= $\text{sen}^3 t$; $0 \le t \le 2\pi$ c) x= 5 cos t , y= 5sen

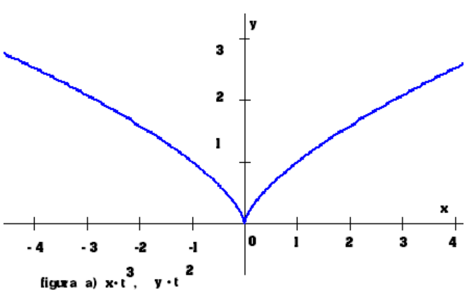


Figura a) -2 < t < 2

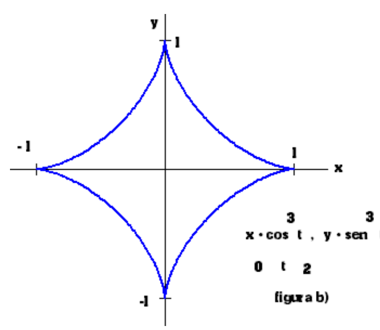


Figura b) 0< t <2 π

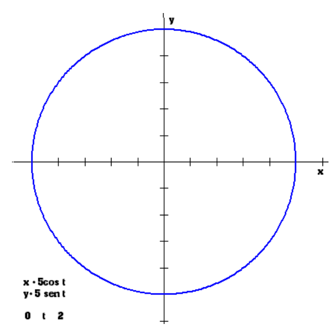


Figura c) 0< t <2 π

E. Leyes de Crecimiento y Decrecimiento.

1. El número de bacterias en un cultivo aumenta de 600 a 1800 en 2hrs.Encontrar una fórmula para el número de bacterias al tiempo t, suponiendo que en cada momento la tasa de crecimiento es directamente proporcional al número de bacterias. ¿Cuál será el número de bacterias al cabo de cuatro horas?
$\frac{dN}{dt} = \text{k N}$ Resp. 5400.

2. La ley de Newton del enfriamiento afirma que la rapidez con que un objeto se enfría es directamente proporcional a la diferencia de temperaturas entre el objeto y el medio que lo rodea. La temperatura de un objeto baja de 125 ºF a 100ºF en media hora, estando rodeado por el aire a una temperatura de 75ºF. Calcule su temperatura al cabo de otra media hora.

$$\frac{dT}{dt} = \text{k (T-Tm)}$$

3. Un cuerpo, cuya temperatura es de 200º F, se enfría en el aire, que tiene una temperatura de 60ºF, hasta una temperatura 120ºF en 30min. Calcular el tiempo en el que alcanza una temperatura de 90ºF. Resp.54.54min.

$$\frac{dT}{dt} = \text{k (T-Tm)}$$

F. Calcula el valor de las siguientes integrales.

1) $\int_{-1}^{2}\int_{1}^{3} (x+5)dydx$ 2) $\int_{2}^{3}\int_{0}^{5x} dydx$ 3) $\int_{0}^{-1}\int_{y+1}^{2y} xydxdy = \frac{11}{24}$

4) $\int_{0}^{\pi}\int_{0}^{a\cos\theta} \rho\ sen\theta\ d\rho\, d\theta = \frac{1}{3}a^2$

Unidad de Aprendizaje: Cálculo Integral.	
UNIDADES DE LA ASIGNATURA	TIEMPO
Unidad 1. Integral Indefinida.	30 HORAS
Unidad 2. Métodos de Integración.	35 HORAS
Unidad 3. Integral Definida.	25 HORAS

G. BIBLIOGRAFÍA

1. Granville, William. A. (1992). *Cálculo Diferencial e Integral.* Ed. Limusa.
2. Leithold, Louis. (2010). *Cálculo.* Ed. Oxford.
3. Ayres, Jr, Frank y Mendelson, Elliot. (1991). *Cálculo Diferencial e Integral.* Ed. Mc. Graw-Hill.
4. Swokowski, Earl. (1989). *Cálculo con Geometría Analítica.* Segunda Edición. Grupo Editorial Iberoamérica.
5. Purcell, Edwin J. et al. (2013). *Cálculo Diferencial e Integral.* Ed. Pearson. Prentice-Hall.
6. Salazar, Ludwing. Et al. (2007). *Cálculo Integral.* Grupo Editorial Patria.