Cuestionario
Probabilidad Clásica

Nombre del alumno: ___________________________________ Grupo: _____________

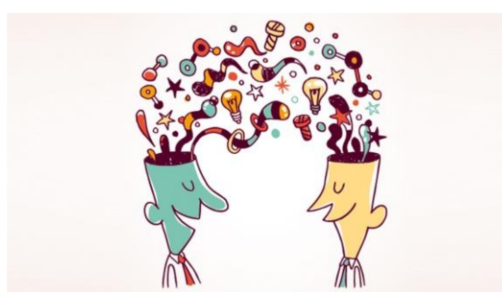
Instrucciones: *Contesta de manera correcta cada una de las siguientes proposiciones.*

1. El evento cuya probabilidad es igual a uno se denomina: ______________________
2. La probabilidad de cualquier evento se encuentra entre: ______________________
3. La fórmula que permite calcular la probabilidad en donde el último elemento coincide con el primero se llama: ________________________________
4. Al evento cuya probabilidad vale cero se denomina: __________________________
5. El evento que contiene un solo elemento se llama: _____________________________
6. El espacio muestral de lanzar un dado so veces es: _____________________________
7. El número de elementos que tiene el espacio muestral corresponde al lanzamiento de 3 dados es: ________________________
8. Un espacio muestral S está formado por cinco eventos simples con las siguientes probabilidades: $P(E_1) = P(E_2) = 0.15$, $P(E_3) = 0.4$, $P(E_4) = 2P(E_5)$, la probabilidad para los eventos simples E_4 y E_5 es: ______________________
9. La tabla siguiente muestra la distribución de los 25 estudiantes de acuerdo con su género y experiencia preescolar. Usa la información:

	Hombres	**Mujeres**
Preescolar	8	9
Sin preescolar	6	2
Total	**14**	**11**

La probabilidad de que el estudiante seleccionado al azar sea hombre es: _______________

10. A partir de la tabla anterior, la probabilidad de que sea mujer y no haya asistido a preescolar es: ___________________________



Cuestionario
Variable Aleatoria Discreta y Variable Aleatoria Continua
Distribución de Probabilidad

Nombre del alumno: ____ Grupo: ____________

Instrucciones: contesta lo que se pide y envía a la plataforma.

1. Una variable aleatoria discreta es aquella: __________________________________
2. La distribución de probabilidad equivale con: ________________________________
3. Las variables aleatorias pueden ser: ____________________ y _________________
4. Menciona uno de los requisitos para una distribución de probabilidad: ____
5. El valor esperado de x también recibe el nombre de: _________________________
6. ¿A qué equivale la desviación estándar (σ) de una variable aleatoria? ____________
7. Clasifica los siguientes eventos según corresponda.

Evento	**Discreto**	**Continuo**
El total de puntos anotados en un juego de futbol		
La longitud de un pez de dos años de edad		
La altura de la marea del océano de cierto lugar		
El número de choques que ocurre de aviones en el aire en un año		
La duración en estante de un medicamento en particular		
El número de personas contagiadas por COVID 19		
Número de letras que contiene un escrito		
Tú presión sanguínea		
Número de días que llevas fuera de la escuela		
Temperatura de ser humano		

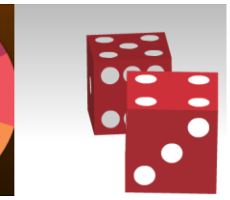
8. Si lanzas un par de dados, y x se define como “la suma de los números que aparecen en las caras superiores de los dados”, elabora la tabla de distribución para esta variable.
9. La mayoría de las personas que bebe café se da un poco de tiempo para hacerlo y muchas toman más de un descanso al día. La tabla siguiente, muestra la distribución de probabilidad para x, el número de descansos por día que se dan quienes toman café:

x	0	1	2	3	4	5
P(x)	0.28	0.37	0.17	0.12	0.05	0.01

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona que toma café, selecciona al azar, no se dé un descanso para tomar café durante el día?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona que toma café, seleccionada al azar se dé más de dos descansos para tomar café durante el día?
c) Calcula la media (μ) o esperanza matemática y la desviación estándar para la variable aleatoria discreta.

Ejercicios de Probabilidad Clásica

Resuelve los ejercicios siguientes y envíalos



1. ¿En cuántas formas diferentes pueden acomodarse 3 focos rojos, 4 amarillos y 2 azules en un árbol de navidad con 9 receptáculos?

2. Encontrar el número de comités que pueden formarse con 4 químicos y 3 físicos y que contengan 2 químicos y 1 físico?

3. Un determinado zapato se fabrica en 5 estilos diferentes y en 4 colores distintos para cada uno. Si la zapatería desea mostrar a su clientela pares de zapatos en todos los estilos y colores, ¿cuántos pares diferentes deberán colocar en el aparador?

4. Un urbanista de una nueva subdivisión ofrece a los clientes prospectos para la compra de una casa, la posibilidad de seleccionar cualquiera de 4 diseños diferentes, 3 sistemas de calefacción, cochera con puertas o sin ellas, y patio o pórtico. ¿Cuántos planes distintos están disponibles para el comprador?

5. ¿En cuántas formas diferentes pueden contestarse 9 preguntas de cierto y falso?

6. ¿Cuántas permutaciones diferentes pueden hacerse con las letras de la palabra CALAVERA?

7. Cuatro matrimonios compraron 8 lugares para un concierto. ¿En cuántas formas diferentes pueden sentarse:
   a) Sin restricciones?
   b) b) Si se sientan por parejas?
   c) c) Si todos los hombres se sientan juntos a la derecha de todas las mujeres?

8. ¿En cuántas formas pueden plantarse en círculo 5 árboles diferentes?

9. ¿Cuántas formas ha de seleccionar a 3 candidatos, de un total de 8 recién graduados y con las mismas capacidades para ocupar vacantes en una firma contable?

10. Un estudiante de primer año debe tomar un curso de Ciencia, uno de Humanidades y otro de Matemáticas. Si puede escoger entre cualquiera de 6 cursos de Ciencia, 4 de Humanidades y 4 de Matemáticas, ¿en cuántas formas puede acomodar su horario?

Tema: Distribución de probabilidad

Ejercicios: Resuelve correctamente cada uno de los siguientes problemas.

1. Recuerda, el envío debe contener los PROCEDIMIENTOS para su evaluación.
2. Así mismo, revisa la rúbrica para que veas que se está evaluando.

1. En una lotería que se realiza a beneficio de una institución de caridad, se deben vender 8000 boletos a \$10.00 cada uno. El premio es un equipo de sonido de \$24000.00. Si usted compra dos boletos, ¿cuál es su ganancia esperada?

Idea para que consideres en su proceso: Su ganancia x toma uno o dos valores o bien perderá \$20.00 (es decir, su "ganancia" será de -\$20.00) o ganará \$23980.00, entonces la tabla de distribución será:

x	*-20*	*23980*
p(x)	$\frac{7998}{8000}$	$\frac{2}{8000}$

2. Clasifica las siguientes variables

Descripción	**D**	**C**
Aumento en tiempo de vida alcanzado por un paciente de cáncer como resultado de una cirugía		
Resistencia a la ruptura (en libras por pulgada cuadrada) de un cable de acero de una pulgada cuadrada		
Número de venados muertos por año en una reservación estatal de fauna silvestre		
Número de cuentas vencidas en una tienda de departamentos en un tiempo particular		

3. La siguiente tabla representa la distribución de probabilidad en donde x es el número de veces que un cliente acude a una tienda en un periodo de una semana.

x	0	1	2	3
p(x)	0.1	0.4	0.4	0.1

Encuentra el valor esperado de x, el número promedio de veces que un cliente acuda a la tienda.

Probabilidad y Estadística
Tema Tabla de Distribución de Probabilidad

Como algunos de ustedes me han comentado que no es claro el cómo obtener o construir la tabla de distribución trataré de hacer un material para su apoyo.

La tabla de distribución es una relación entre los valores de la variable (x) y su probabilidad p(x), por eso se dice que es una función.

La tabla puede ya estar construida con los dos elementos (el caso más sencillo y directo) y la otra en donde no tienes más allá del enunciado del problema.
En este material me enfocaré al segundo caso, así:

Ejemplo: El consejo de directores de una orquesta sinfónica principal, ha votado por crear una comisión de músicos con el fin de maneja quejas de empleados. El consejo estará formado por el presidente y vicepresidente del consejo sinfónico y dos representantes de la orquesta. Los dos representantes de la orquesta serán seleccionados al azar de una lista de seis voluntarios, compuesta de cuatro hombres y dos mujeres.
Construye la distribución de probabilidad para x, el número de mujeres elegidas como representantes de la orquesta.

En este caso, el propio enunciado te dice la variable es x, y corresponde al número de mujeres elegidas.
¿Qué más tenemos?, por el mismo enunciado sabemos que se elegirán a dos representantes de la orquesta y también dice que hay cuatro hombres y dos mujeres de donde se seleccionarán a las dos mujeres.

Así empecemos a construir la tabla:

x	0	1	2
p(x)	$\frac{6}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{15}$

La primera pregunta es por que 0, 1 y 2 como valores de la variable, recuerda que se elegirán a dos y tienen que ser mujeres (solo tenemos dos mujeres de dónde seleccionarlas).

Para el caso de p(x) se tiene que recurrir a alguna de las técnicas de conteo vista anteriormente, para esto, nos ayudarán las combinaciones porque N0 se conocen a los elementos y no es posible establecer ningún orden.

Así, a partir de la fórmula de probabilidad clásica: $p(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$, en donde el evento que queremos es A:"dos mujeres" y S es el espacio muestral, en ambos casos se tendrá que aplicar la fórmula de combinaciones:

Para n(A) se tienen tres valores de la variable 0,1 y 2
Para el caso del espacio muestral, si recuerdas, son todos

$$n(S) = C_2^6 = \frac{6!}{2!\,(6-2)!} = \frac{6\,x\,5\,x\,4!}{2!\,4!} = \frac{30}{2} = 15$$

Para el caso de n(A) hay que aplicar la fórmula 3 veces, para 0, 1 y 2, entonces:
El cero representa cero MUJERES, esto se interpreta como2 hombre, así que, de los cuatro hombres seleccionaremos dos:

$$n(A) = C_2^4 = \frac{4!}{2!\,(4-2)!} = \frac{4\,x\,3x2!}{2!\,2!} = \frac{12}{2} = 6$$

El uno (1), representa 1 mujer y 1 hombre, esto implica que las mujeres se seleccionan de las mujeres y el hombre de los hombres, empleando la fórmula dos veces y no olvides que son una mujer **Y** un hombre, así:

$$n(A) = C_1^4 = \frac{4!}{1!(4-1)!} = \frac{4\,x\,3!}{1!3!} = 4$$, para los hombres

$$n(A) = C_1^2 = \frac{2!}{1!\,(2-1)!} = \frac{2!}{1!\,1!} = 2$$

Como es un hombre **YYYYYYY** una mujer el número de formas en que esto puede suceder es:
4 x 2 = 8.
Para el último valor de la variable dos (2) corresponde a dos mujeres, estas deberán seleccionarse del conjunto total de las mujeres, en este caso es de 2.

$$n(A) = C_2^2 = \frac{2!}{2!(2-2)!} = \frac{2!}{2!0!} = 1$$

ya con estos tres cálculos, retomamos la tabla.

Puedes verificar que la suma de las probabilidades es uno (1).

De forma general, para construir la tabla necesariamente debemos recurrir a las técnicas de conteo.

Espero sea de mayor ayuda.

Tema: Principio de expansión y Teorema de Bayes

Con estos temas cerramos el contenido del segundo parcial y estaríamos en condiciones de realizar la segunda evaluación.

La definición formal es algo complicado de exponer así que trataré de hacerlo de manera mucho más clara, eso creo, es una forma gráfica y espero que lo puedan entender.

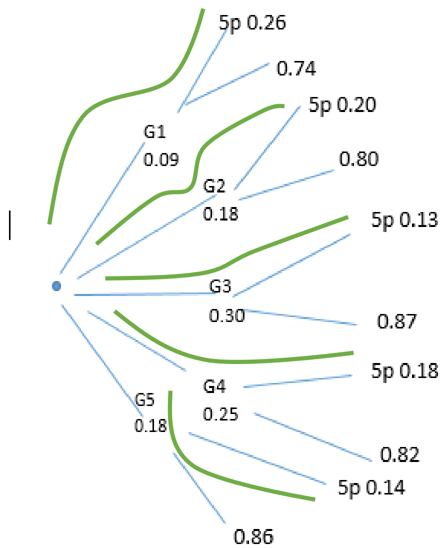
Consideremos el problema: Los zapatos tenis ya no son sólo para jóvenes. De hecho, casi todos los adultos tienen varios pares.

Observa la siguiente tabla donde se muestra la fracción de adultos de cierto país de 20 años de edad o más que tienen cinco o más pares de zapatos tenis en buen estado, junto con la fracción de adultos de 20 años o más en cada uno de los cinco grupos de edad.

Determina la probabilidad de que un adulto de 20 años o más tenga 5 o más pares de zapatos tenis en buen estado.

	Grupos y edades				
	G1 20-24	G2 25-34	G3 35-49	G4 50-64	G5 ≥ 65
Fracción con $\geq 5\ pares$	0.26	0.20	0.13	0.18	0.14
Fracciones de adultos de 20 años o más	0.09	0.18	0.30	0.25	0.18

Tratemos de ver esto de manera gráfica mediante el uso de un diagrama de árbol.



Observa que SÓLO nos pide una condición: “tenga 5 o más pares de zapatos tenis en buen estado”, si regresamos al diagrama de árbol y observamos dónde se cumple y aplicamos el ó es del grupo G1 ó del G2 ó del G3 ó del G4 ó del G5 y la condición G1 y 5p, G2 y 5p, G3 y 5p, G4 y 5p, G5 y 5p.

Aplicando lo visto en conjuntos (el **ó** es una suma) y el **y** es un producto, se tiene:

P(Adulto y 5 pares)= (0.09)(0.26)+(0.18)(0.20)+(0.30)(0.13)+(0.25)(0.18)+(0.18)(0.14)

Haciendo las operaciones se tiene que P(Adulto y 5 pares)= 0.1686 = 16.86%

Este desarrollo donde solo nos piden una condición se le llama PRINCIPIO DE EXPANSIÓN o probabilidad conjunta.

¿Qué es importante notar y considerar siempre al momento de establecer el diagrama de árbol?

1. La primera rama que cumplirá la primera condición la suma total de todas debe ser igual a la unidad.
2. La segunda rama, no importando cuantas ramas se tenga, la suma total también será igual a la unidad

De aquí que el principio de expansión también reciba el nombre de Probabilidad Conjunta.

Para que se convierta en Teorema de Bayes es necesario que se establezcan dos condiciones, es decir, siguiendo con el problema anterior, podríamos pedir que la persona seleccionada al azar pertenezca al grupo G3 y tenga por lo menos 5 pares de tenis en buen estado.

Entonces, al igual que el comentario inicial sobre la dificultad de hacerlo por este medio, lo trataré de hacer más claro.

Como son dos condiciones, el Teorema de Bayes se establece como un cociente en donde el numerador debe contener el producto de las dos condiciones y el denominador deberá ser el Principio de Expansión, es decir una sola condición.

Así se tiene:

$$P(5\, pares\, |G3) = \frac{(0.30)(0.13)}{(0.09)(0.26) + (0.18)(0.20) + (0.30)(0.13) + (0.25)(0.18) + (0.18)(0.14)}$$

$$P(5\, pares\, |G3) = \frac{0.039}{0.1686} = 0.2313 = 23.13\%$$

Ahora a trabajar en esto.

Tema: Eventos independientes y dependientes y Probabilidad Condicional

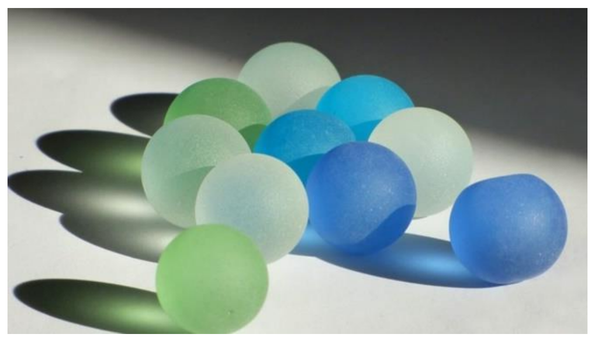
Se dice que dos eventos A y B son independientes si y solo si la probabilidad del evento B no está influida por el suceso del evento A o viceversa.

Tratemos de tener claro estos conceptos, considere los eventos:

Eventos	Independiente	Dependiente
Una persona tiene hambre y se tiene que ir a trabajar	x	
La persona es daltónica y tiene dificultad para distinguir los colores		x
María es católica y su hijo también		x
Tirar una moneda y que caiga águila	x	
El sr. Sánchez recibe un aumento de sueldo y compra un televisor		x
El día de hoy llovió y Roberto reprobó el examen	x	

El comprender y distinguir los eventos ya sean independientes o dependientes nos permitirá tener claridad sobre otro concepto involucrado: la **Probabilidad Condicional**.

De esta forma la Probabilidad Condicional se define cuando la probabilidad de que ocurra un evento A, dado que el evento B ha ocurrido, lo denotaremos como P(A|B) y se lee Probabilidad de A dado B.



De lo anterior se desprende la Regla General de la multiplicación, es decir:

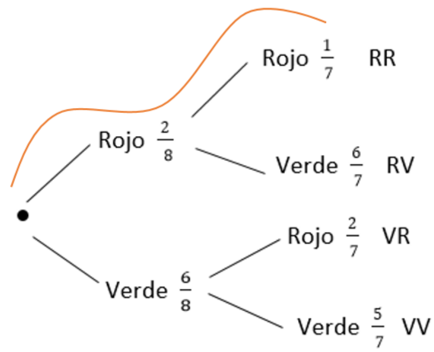
$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) \text{ ó } P(A \cap B\ ) = P(B)P(A|B)$$

Ejemplo 1. En un experimento de preferencia de color, ocho juguetes se ponen en un recipiente. Los juguetes son idénticos excepto por el color, dos son rojos y seis son verdes. Se pide a un niño que elija dos juguetes al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que el niño elija los dos juguetes rojos?

Considera R: "se elige un juguete rojo"

V: "se elige un juguete verde"

Observa el diagrama:



Si A: “ambos juguetes rojos”, entonces

$$A = \{R \cap R\}$$

$$A = \left(\frac{2}{8}\right)\left(\frac{1}{7}\right) = \frac{2}{56} = \frac{1}{28}$$

Así finalmente la probabilidad condicional del evento A dado que el evento B ha ocurrido es:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, con\ P(B) \neq 0$$

La probabilidad condicional del elemento B, dado que el evento A ha ocurrido, es:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, P(A) \neq 0$$

Ejemplo 2. Suponga que en la población general hay 51% de hombres y 49% de mujeres, y que las proporciones de hombres y mujeres daltónicos (capacidades reducida de distinguir entre ciertos colores), se muestran en la siguiente tabla:

	Hombres B	**Mujeres B^c**	**Total**
Daltónico A	0.04	0.002	0.042
No daltónico A^c	0.47	0.488	0.958
Total	0.51	0.49	1.0

Si una persona se selecciona al azar de esta población y se encuentra que es hombre (evento B),¿cuál es la probabilidad de que el hombre sea daltónico (evento A)?. Si sabemos que el evento B ha ocurrido, debemos restringir nuestra atención a solo 51% de la población que es de hombres.

a) ¿Cuál es la probabilidad de ser daltónico, dado que la persona es hombre?

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.04}{0.51} = 0.078 = 7.8\%$$

b) ¿Cuál es la probabilidad de ser daltónico, dado que la persona es mujer?

$$P(A/B^c) = \frac{P(A \cap B^C)}{(B^c)} = \frac{0.002}{0.49} = 0.004 = 0.4\%$$

Si observas que la probabilidad del evento A cambió dependiendo de si el evento B ocurrió. Esto nos dice que estos dos eventos son DEPENDIENTES.

Otra forma de ver si dos eventos son independientes es considerar:

$$P(A \cap B) = P(B)$$

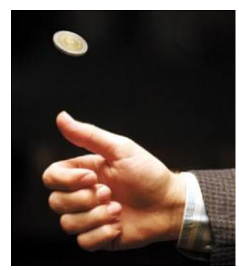
Por otro lado, si dos eventos A y B son independientes, la probabilidad de que ocurran A y B es verificar:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

De igual manera si A, B y C, son eventos mutuamente independientes, entonces:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)\,P(C)$$

Ejemplo 1. Un equipo de futbol interviene en dos periodos de tiempo extra durante un juego determinado, de modo que hay tres volados al aire. Si la moneda es imparcial, ¿cuál es la probabilidad de que pierdan los tres tiros?



Consideramos que, si la moneda es imparcial, se tiene:

A: "perder el primer volado"

B: "perder el segundo volado"

C: "perder el tercer volado"

Como los volados son independientes y P (ganar)= P(perder) = 0.5, entonces:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C) = (0.5)(0.5)(0.5) = 0.125 = 12.5\%$$

NOTA: Verificación de independencia

Si dos eventos A y B son INDEPENDIENTES si y sólo si:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

$$P(B/A) = P(B) \text{ ó } P(A/B) = P(A)$$

De otra forma los eventos serán DEPENDIENTES.

Ejemplo 2. Tire al aire dos monedas y observa el resultado. Se definen los eventos:

A: “águila en la primera moneda”

B: ”sol en la segunda moneda”, ¿los eventos son independientes?

Para dar respuesta al problema, s requiere el espacio muestral (S), entonces, S = {AA, AS, SA, SS}, así:

Como:

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{2}, y\ P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

$$P(A)P(B) = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}\ \ y\ \ P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

Se tiene que:

$$P(A)P(B) = P(A \cap B),$$

por tanto los eventos son INDEPENDIENTES.

A manera de resumen:

Es complicado decir la diferencia entre Eventos Mutuamente Excluyentes (EME) y eventos independientes

Considera:

1) Cuando dos eventos son mutuamente excluyentes, no pueden ocurrir los dos cuando se realiza el experimento. Una vez ocurrido el evento B, el evento A no puede ocurrir, de modo que P(A|B) = 0 o viceversa. El suceso del evento B ciertamente afecta la probabilidad de que el evento A pueda ocurrir.
2) Por tanto, los eventos mutuamente excluyentes (EME) deben ser dependientes.
3) Cuando dos eventos son mutuamente excluyentes o disjuntos

$$P(A \cap B) = 0\ \ y\ \ P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

4) Cuando dos eventos son independientes

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)\ \ y\ \ P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B)$$

TAREA 1. Elabora un resumen, explicando con tus palabras lo visto en esta parte (eventos independientes, dependientes y probabilidad condicional). Acompaña tu resumen con un gráfico el que tú quieras.

Tema: Eventos mutuamente excluyentes o exclusivos (EME)

Para continuar avanzando sobre los contenidos que debemos saber para el segundo parcial, es necesario revisar los eventos EME, así que la definición es la siguiente:

Dos eventos son mutuamente excluyentes si cuando ocurre un evento, el otro no puede ocurrir y viceversa, es decir, no pueden ocurrir al mismo tiempo.

Veamos el siguiente ejemplo: Considera los eventos A y B para el lanzamiento de un dado, entonces:

A: "observar un número impar"

B: "observar un número menor que 4"

Así el evento A = {1, 3, 5} y B= {1, 2, 3}, los eventos no son mutuamente excluyentes porque tienen 2 elementos en común. Si reflexionamos un poco más, cuando vimos conjuntos, tomamos el caso en donde la intersección de dos conjuntos era vacía, se decía que eran **AJENOS ó DISJUNTOS,** entonces también se denominan **MUTUAMENTE EXCLUYENTES.**

Retomando el ejemplo,

$$A \cap B = \{1, 3\}$$

Por tanto no es vacío y No es mutuamente excluyente.

Desde otro punto de vista si A y B son mutuamente excluyentes entonces la intersección de estos conjuntos debe ser igual a 0 y de aquí se desprende la Regla de la adición ya vista con anterioridad:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

En donde la intersección es igual a cero, la fórmula se reduce a:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Otra regla relacionada con eventos mutuamente excluyentes es la que se refiere al complemento de eventos, es decir, A y A^c son EME y $A \cup A^c = S$, entonces se reduce a:

$$P(A) + P(A^c) = 1$$

y

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

Ejemplo 1: Una compañía de explotación petrolera planea perforar dos pozos de exploración. Considera la siguiente información:

Evento	Descripción	Probabilidad
A	Ningún poso produce petróleo ni gas	0.80
B	Exactamente un pozo produce petróleo o gas	0.18
C	Ambos pozos producen petróleo o gas	0.02

Encuentra:

a) $P(A \cup B)$
b) $P(B \cup C)$

De inicio los eventos A, B y C son mutuamente excluyentes, entonces:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0.80 + 0.18 = 0.98 = 98\%$$ y

$$P(B \cup C) = P(B) + P(C) = 0.18 + 0.02 = 0.20 = 20\%$$

Ejemplo 2. En una encuesta telefónica hecha a 1000 adultos se les preguntó su opinión acerca del costo de una educación universitaria. Quienes respondieron se clasificaron de acuerdo con si actualmente tenía un hijo en la universidad y si pensaban que la carga de un préstamo por la mayoría de los estudiantes universitarios es demasiado alta, la cantidad correcta o muy poco. Considera la información de la siguiente tabla:

	Demasiado alta A	**Cantidad correcta B**	**Muy poco C**
Hijo en Universidad D	0.35	0.08	0.01
Sin hijo en universidad E	0.25	0.20	0.11

Supón que un entrevistado se elige al azar de este grupo.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el entrevistado tenga un hijo en la universidad y piense que la carga de un préstamo es demasiado?

En este caso: $P(A \cap D)$, de la ecuación vista:

$$P(A \cup D) = P(A) + P(D) - P(A \cap D\ )$$

$$P(A \cup D) - P(A) - P(D) = -P(A \cap D\ )$$ multiplicando por - 1

$$-\ P(A \cup D) + P(A) + P(D) = P(A \cap D\ )$$ ordenando

$$P(A \cap D) = P(A) + P(D) -\ P(A \cup D\ )$$ sustituyendo

Finalmente $P(A \cap D)$ es igual a 0.35 + 0.08 – 0.01 = 0.44 = 44%

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el entrevistado no tenga un hijo en la universidad?

En este caso nos piden el evento D^c y por lo escrito anteriormente se tiene que:

$$D +\ D^c = 1$$

$$D^c = 1 - D$$ despejamos

$$D^c = 1 - 0.44$$ sustituyendo

$$D^c = 0.56 = 56\%$$

c) ¿Cuál es la probabilidad de que el entrevistado tenga un hijo en la universidad o piense que la carga de un préstamo es demasiado alto, o ambos?

En este caso se busca

$$P(A \cup D) = P(A) + P(D) - P(A \cap D)$$

$$P(A \cup D) = 0.60 + 0.44 - 0.35$$ Sustituyendo valores tenemos:

$$P(A \cup D) = 0.69 = 69\%$$

Tema: **Probabilidad Clásica**

Número de maneras en que puede suceder el evento

Por definición, la probabilidad clásica se representa por: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$, para n(A) y n(S) se usan las técnicas de conteo ya vistas en clase.

Es un evento cualquiera

Número de maneras en que puede suceder el espacio muestral

Para calcular estas usaremos las técnicas de conteo

Por otro lado, una de las características de la Probabilidad, se tiene que: $0 \leq P(A) \leq 1$ es decir: la probabilidad se encuentra entre 0 y 1, cuando la probabilidad es igual a cero, se llama Evento IMPOSIBLE y cuando toma el valor de 1 se denomina Evento SEGURO.

Ejemplo 1. Calcular la probabilidad de que al lanzar una moneda tres veces, salgan dos águilas.

Debemos identificar al evento, en nuestro caso: B: {salgan dos águilas}, según la fórmula, se requiere calcular n(B) y n(S), entonces:

Para contar n(B), se requiere determinar el número de elementos que tiene el espacio muestral (S), es decir: n(S) = {aaa, aas, asa, saa, ssa, sas, ass, sss}, es decir: n(S) = 8

Entonces para contar el número de formas en que sucede el evento B que cumpla con dos águilas es n(B) = 3, finalmente $P(B) = \frac{3}{8}$, por tanto la probabilidad pedida es 0.375 o bien del 37.5%.

Ejemplo 2. Las proporciones de fenotipos sanguíneos A, B, AB y O en la población de raza caucásica

en cierto país, son: 0.40, 0.11, 0.04 y 0.45, respectivamente. Si se elige al azar una persona de este origen étnico en la población, ¿Cuál es la probabilidad de que tenga sangre tipo A o tipo B?

Par resolver este problema es necesario que se comprenda lo que se pide a partir de lo que se tiene, entonces:

a) Los datos que se dan representan las frecuencias relativas o bien el porcentaje de ocurrencia
b) Los cuatro eventos son sencillos y no tienen la misma probabilidad.
c) Las probabilidades que se tienen son: P(A) = 0.40, P(B)= 0.11, P(AB)= 0.04 y P(O)= 0.45
d) En la pregunta nos pide que tenga tipo A **ooooooooooooo** tipo B, por si lo olvidaron la oooo nos representa una suma, de aquí que:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Sustituyendo los valores se tiene:

$$P(A \cup B) = 0.40 + 0.04 = 0.44 = 44\ \%$$

Ejemplo 3. Un plato contiene un dulce amarillo y dos rojos. Usted cierra los ojos, elige dos dulces del plato, uno por uno y anota sus colores. ¿Cuál es la probabilidad de que ambos dulces sean rojos?

Para resolver este problema dado que no se dan las probabilidades es necesario obtener el espacio muestral, para esto estableceremos un diagrama que muestre lo que se tiene y lo que se desea, entonces:

Total de dulces que se tie n

3

1 A

2R

2

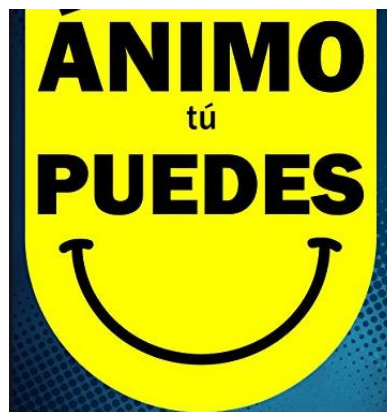
Lo que queremos, 2 rojos

$$n(A) = C_2^2 = \frac{2!}{2!\,(2-2)!} = 1$$

$$n(S) = C_2^3 = \frac{3!}{2!\,(3-2)!} = \frac{3!}{2!\,1!} = 3$$

Por tanto sustituyendo en la fórmula de probabilidad se tiene

$$\mathrm{P}(R \text{ ó } R) = \frac{1}{3} = 0.333 = 33.3\%$$



Contenido para el Tercer parcial

Temas:

a) Variable aleatoria discreta y continua
b) Distribución de probabilidad
c) Distribución Binomial
d) Distribución de Poisson
e) Distribución Normal

Ya vamos por la última parte del curso, bien o mal, pero es necesario continuar de alguna manera atendiendo los contenidos mínimos necesarios para que su egreso tenga buen término y mejor incorporación al nivel superior, cada vez más y dadas las medidas que hemos estado viviendo, la gran preocupación institucional radica en ustedes que en breve se enfrentarán a un nivel distinto, lleno de retos que los hará crecer y ser unos profesionistas exitosos.

Espero que esta parte sea menos complicada, pero de mayor importancia pues se verán algunas aplicaciones.

Variable Aleatoria

De inicio debemos tener claridad de estos términos, VARIABLE, un término ya conocido para todos, o por lo menos eso espero, pero lo recordaremos igualmente.

En Cálculo se vio el concepto y si recordamos hay dependientes e independientes, (y, x) respectivamente, así sucede también en Probabilidad y Estadística, así que pensaban que se habían salvado, esto no es así, en este curso están presente solo que la variable (x) nos representa los valores que toma ésta en cada evento y la dependiente (y) será su probabilidad.

Por supuesto que se cumple con los elementos o características de una función, por esto, se dice que la probabilidad es una función de densidad, esto es: $x \longrightarrow p(x)$

En este sentido debemos considerar:

¿Pero cuál es la diferencia?, ya se su respuesta, sería pues una D o una C

Pues no, una variable aleatoria DISCRETA es aquella que toma valores enteros, así podemos recordar nuestros primeros ejercicios al inicio del semestre:

a) Edades
b) Estaturas

En el primer caso a), las edades estaban en 17, 18, …, 22, si se fijan son valores enteros, por tanto, es una **Variable Aleatoria Discreta**, si al trabajar se hubiese pedido su edad con meses, la variable se cambiaría a **Variable Aleatoria Continua**.

En el caso b), sus estaturas estaban entre 1.50, …, 1.90, esto la clasifica en una **Variable Aleatoria Continua,** es decir sus valores son fraccionarios.

De esta forma se denomina **Distribución de Probabilidad** para una variable aleatoria discreta a una fórmula, tabla o gráfica que da los posibles valores de x y la probabilidad p(x) asociada con cada valor de x.

Los valores de x representan eventos numéricos mutuamente excluyentes. Esta distribución debe cumplir las características que revisamos en la probabilidad clásica, esto es:

$$0 \leq p(x) \leq 1$$
$$\sum p(x) = 1$$

Veamos un ejemplo:

Considera el lanzamiento de dos monedas en donde x la variable (x) si refiere al número de águilas observadas. Encontrar la distribución de probabilidad para x.

Regresando un poco, habrá que recordar al espacio muestral, ¿te acuerdas?, el espacio muestral se refiere al conjunto de TODOS los resultados posibles, en nuestro caso “lanzamiento de dos monedas”, es decir, una moneda tiene dos posibilidades **Y** (falta el grito) la otra moneda también tiene dos posibilidades, así tenemos 2 x 2 = 4, haciendo esto de manera explícita, es espacio muestral es:

x	0	1	2
p(x)	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$

Valores NUMÉRICOS de la variable

Probabilidad de ocurrencia

Si el evento consiste en observar el número de águilas, entonces, 0 águilas, corresponde al evento dos soles (SS), etc.

Para calcular las probabilidades para cada valor de las variables se tiene:

El valor de cero (0) corresponde al evento sol, sol, (SS) por la definición de probabilidad:

$p(x) = \frac{n(A)}{n(S)}$, esto es, sustituyendo valores, se obtiene: $p(x) = \frac{1}{4}$

El valor de uno (1) corresponde al evento AS, SA, por definición se tiene:

$p(x) = \frac{n(A)}{n(S)}$, esto es, sustituyendo valores, se obtiene: $p(x) = \frac{2}{4}$

El valor de dos (2) corresponde al evento AA, por definición se tiene:

$p(x) = \frac{n(A)}{n(S)}$, esto es, sustituyendo valores, se obtiene: $p(x) = \frac{1}{4}$, se puede verificar que $\sum p(x) = 1$

***NOTA**: Esta distribución como la vista en el primer parcial puede graficarse.*

De manera congruente, la distribución de probabilidad para una variable aleatoria discreta tiene similitud con la distribución de frecuencia relativa vista en el primer contacto con el manejo de datos. Esta similitud es que la distribución de frecuencia relativa describe una muestra de **n (muchas)** mediciones, muestras que la distribución de probabilidad se construyó como un modelo para toda la población de mediciones.

Así como la media ($\bar{x}$), ¿te acuerdas de ella?, es uno de los promedios ya revisados y la (s) desviación estándar, la primera, una medida de centralización y la segunda de dispersión, estas nuevamente hacen presencia solo que ahora se medirá la centralización y dispersión pero de la población.

Entonces a la media poblacional, que mide el valor promedio de x en la población, también se le conoce con el nombre de valor esperado o esperanza matemática (como la que en estos momentos tenemos) y se le identifica como:

$$E(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i p(x_i) = \mu$$

Veamos un ejemplo para entender un poco más su significado.

Retomemos el ejemplo anterior “lanzar al aire dos monedas” y la variable x el número de águilas observadas, la tabla de distribución ya se construyó y la escribimos:

x	0	1	2
p(x)	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$

Si este evento lo repetimos un número de veces mayor, pensemos por ejemple en 4 000 000 de veces, ¿bastante grande no?, es cansado, un poco aburrido, pero podemos interpretar o esperar que alrededor un millón de ceros, dos millones del número 1 y un millón de números dos, te preguntarás de dónde salió esto, simplemente es una proporción.

El valor promedio de la variable s es:

$$\frac{suma\ de\ las\ medidas}{n} = \frac{1000000(0) + 2000000(1) + 1000000(2)}{4000000}$$

$$= \frac{1}{4}(0) + \frac{1}{2}(1) + \frac{1}{4}(2)$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{2}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

De esta manera, la media, el valor esperado o esperanza matemática x, verifica la fórmula antes escrita.

De forma similar, es posible establecer la desviación estándar y la varianza poblacional como:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} (x-\mu)^2 p(x_i) \quad y \quad \sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x-\mu)^2 p(x_i)}$$

Ejemplo: Una tienda electrónica vende un modelo especial de computadoras. Hay cuatro computadoras en existencia y el gerente se pregunta cuál será la demanda de hoy para este modelo. Ella se entera en el departamento de marketing de que la distribución de probabilidades para x. Encuentra la media, varianza y desviación estándar de x. ¿Es posible que cinco o más clientes deseen comprar una computadora hoy? Considera la tabla de distribución:

x	0	1	2	3	4	5
p(x)	0.1	0.4	0.2	0.15	0.1	0.05
$\mu = E(x)$	0	0.4	0.4	0.45	0.4	0.25

Lo primero que debemos hacer es calcular la esperanza matemática, en este caso

$$\mu = E(x) = 1.9$$

Para calcular la desviación estándar y la varianza, tenemos:

$$\sigma^2 = (0-1.9)^2(0.1) + (1-1.9)^2(0.4) + (2-1.9)^2(0.2) + (3-1.9)^2(0.15) + (4-1.9)^2(0.1) + (5-1.9)^2(0.05)$$

$$\sigma^2 = 1.9 \quad y \quad \sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{1.79} = 1.34$$